

Second Congress of Greek Mathematicians

Special Session: Foundations, Philosophy of Mathematics

July 4, 2022

Program

16.00-16.30 Παντελής Ελευθερίου, University of Leeds

Title: Groups definable in the disjoint union of structures

Abstract: We consider a group $G = (G, \cdot)$ definable in the disjoint union M of two structures X_1 and X_2 . We give an example of G which is not a direct product of groups definable in X_i . We prove then that if M has NIP (not the independence property), and G is abelian and has fsg (finitely satisfiable generics), then $G = A_1 \cdot A_2$, where A_i is X_i -internal. If M is o-minimal, we can get rid of the assumptions in G .

16.30-17.00 Κωνσταντίνος Κάρτας, University of Oxford

Title: Some model theory of the tilting correspondence

Abstract: The idea that p -adic fields are in many ways similar to Laurent series over finite fields has been a driving force in number theory. This philosophy has had two formal justifications. On one hand, the classical model-theoretic work by Ax-Kochen/Ershov in the '60s achieves a transfer principle when p tends to ∞ . On the other hand, Scholze's recent theory of perfectoid spaces achieves a transfer principle in the presence of high (and wild) ramification. I will be discussing the first few applications of perfectoid geometry in the model theory of henselian fields and conversely how model-theoretic tools can be used to understand some arithmetic phenomena in perfectoid geometry.

17.00-17.30 Γεώργιος Μπαρμπαλιάς, Chinese Academy of Science (joint work with Wei Wang)

Title: Pathwise-random trees and models of second-order arithmetic

Abstract: This talk is aimed at a general mathematical audience and concerns classifying compactness principles in fragments of second-order arithmetic - a programme known as reverse mathematics. Separation of principles is done by building appropriate models, and in this case the building blocks are pathwise-random trees: trees with all of their paths being algorithmically random. We show that: (a) an algorithmically random real computes a pathwise-random tree with infinitely many paths if and only if it computes the halting problem; it follows that the class of pathwise-random trees with unbounded width is null, with respect to any computable measure; (b) there exists a positive-measure pathwise-random tree which does not compute any complete extension of Peano arithmetic; and (c) there exists a perfect pathwise-random tree which does not compute any positive pathwise-random tree. We use these results to obtain models of second-order arithmetic that separate compactness principles below weak König's lemma, answering questions by Chong et al.(2019). For more details see: <http://arxiv.org/abs/2104.12066>

17.30-18.00 Αριστοτέλης Παναγιωτόπουλος, Carnegie Mellon University

Τίτλος: Δυναμικά κριτήρια μη-ταξινόμησης με αναλλοίωτες ομολογίας και συνομολογίας

Περίληψη: Προβλήματα ταξινόμησης υπάρχουν παντού, σε κάθε τομέα των μαθηματικών, και συχνά αποτελούν το κεντρικό ερώτημα στο εκάστοτε μαθηματικό ερευνητικό πρόγραμμα. Παρόλα αυτά, σήμερα πλέον γνωρίζουμε ότι κάποια είδη αναλλοίωτων είναι τόσο απλοϊκά, που δε μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη πλήρη ταξινόμηση πολύπλοκων μαθηματικών αντικειμένων. Μια από τις μεγαλύτερες επιτυχίες της περιγραφικής συνολοθεωρίας ήρθε την δεκαετία του 90 όταν ο Hjorth εισήγαγε την ιδιότητα «turbulence» ως ένα εμπόδιο εργοδικής φύσης για ταξινόμηση χρήσει κλάσεων ισομορφισμών αριθμήσιμων δομών. Στο ίδιο πνεύμα θα εισάγουμε την ιδιότητα «unbalancedness»: ένα νέο εμπόδιο εργοδικής φύσης για ταξινόμηση χρήσει

αναλλοίωτων που προέρχονται από ομάδες ομολογίας και συνομολογίας. Εν συνεχεία θα χρησιμοποιήσουμε αυτή τη νέα δυναμική ιδιότητα για να δείξουμε ότι το πρόβλημα ταξινόμησης «Ερμιτιανών δεσμών» (κάτω από ισομορφισμούς), καθώς και το πρόβλημα ταξινόμησης « C^* -αλγεβρών» με συνεχές ίχνος (κάτω από ισοδυναμίες Morita), δε μπορούν να επιλυθούν με θεωρίες ομολογίας και συνομολογίας.

18.00-18.30 Ιωσήφ Πετράκης, Ludwig Maximilians Universität München

Title: The distributivity of Pi over Sigma: from Martin-Loef types and Bishop sets to categories

Abstract: In intuitionistic Martin-Loef type theory (MLTT) the distributivity of the Pi-type over the Sigma-type is the type-theoretic axiom of choice, and it is provable. In Bishop set theory (BST) the distributivity of the Pi-set over the Sigma-set is shown in [2, 3]. Here we present such a distributivity within category theory. Based on the concept of a dependent object in [1], we define the Pi-category as the category of dependent objects of a CAT-valued presheaf and the Sigma-category as a Grothendieck category. The distributivity of the former over the latter is a certain functor, the existence of which is a direct, categorical translation of the aforementioned distributivity within BST. The above notions and distributivities are instances of the conceptual interplay between the foundational frameworks of category theory, BST and MLTT.

References:

[1] M. Hofmann, T. Streicher: The groupoid interpretation of type theory, in G. Sambin, J. M. Smith (Eds.): Twenty-five years of constructive type theory, Oxford University Press, 1998, 83-111.

[2] I. Petrakis: Dependent sums and Dependent Products in Bishop's Set Theory, in P. Dybjer et. al. (Eds) TYPES 2018, LIPIcs, Vol. 130, Article No. 3, 2019.

[3] I. Petrakis: Families of Sets in Bishop Set Theory, Habilitationsschrift, LMU, Munich, 2020.

18.30-19.00 Ρίζος Σκλήνος, Chinese Academy of Science (joint work with O. Kharlampovich)

Title: First-order sentences in random groups

Abstract: The idea of random groups draws its origins in Gromov's seminal paper introducing hyperbolic groups. Gromov, in order to emphasize the importance of the newly defined class of groups, claimed, in a definite statistical sense, that hyperbolicity is a typical property for finitely presented groups. In other words, almost every finitely presented group is hyperbolic. On a different line of thought, Tarski in 1946 asked whether the first-order theory of non-abelian free groups is complete. This question was answered in the positive only more than fifty years later, in 2006, by Sela and Kharlampovich-Myasnikov. These two lines of thought intersect in the following conjecture of J. Knight loosely stated as follows: A first-order sentence (in the language of groups) is almost surely true in a random group if and only if it is true in a non-abelian free group. We confirm the conjecture for universal sentences.

19.00-19.30 Δήμητρα Χομπιτάκη, Πανεπιστήμιο Κρήτης

Title: Decidability results of subtheories of polynomial rings and formal power series.

Abstract: We will survey decidability and undecidability results of the structures and substructures of polynomial rings and rings of formal power series. Then we will focus on the structure of addition and localized divisibility in polynomial rings and the corresponding rings of formal power series and inter relations. In particular, we will show that a ring of polynomials over a prime field is an elementary substructure of the corresponding ring of formal power series in the language of addition, localized divisibility, equality and the constants 0 and 1. Finally, the theories of these structures admit elimination of quantifiers. In addition, we will present some theorems that relate the positive and the zero characteristic cases.

19.30-20.00 Δήμητρα Χριστοπούλου, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Τίτλος: Χτίζοντας τις μαθηματικές θεωρίες

Περίληψη: Στο πλαίσιο της αξιωματικοποίησης μίας μαθηματικής θεωρίας, οι έννοιες που, προηγουμένως, είχαν διαμορφωθεί διαισθητικά, λαμβάνουν πλέον ευκρίνεια και σαφή διατύπωση ενώ ένα μεγάλο μέρος μαθηματικής πληροφορίας κατανέμεται στις μαθηματικές προτάσεις (θεωρήματα) τα οποία παράγονται από την αξιωματική βάση. Η *θεμελιοκρατική προσέγγιση* δέχεται αφενός τις θεμελιώδεις αξιωματικές προτάσεις ως «αυτοτεκμηριούμενες» λόγω της εγγενούς τους πειστικότητας και αφετέρου, τα θεωρήματα ως αποτέλεσμα εφαρμογής συναγωγικών διασυνδέσεων και αποδεικτικών κανόνων παραγωγής. Σύμφωνα όμως με τον M. Potter, η αξιωματικοποίηση εξηγείται και εναλλακτικά, μέσω μίας *αναδρομικής* διαδικασίας η οποία χρησιμοποιεί ως κριτήριο το *ποια* επακόλουθα μπορούν να προκύψουν παραγωγικά από μία επιλεγόμενη αξιωματική βάση. Η εν λόγω διαδικασία λαμβάνει χώρα με όρους «*αναστοχαστικής ισορροπίας*» (“reflective equilibrium”) και απαιτεί η αξιωματική βάση να είναι αρκούντως ισχυρή ώστε να παραχθούν επιθυμητά αποτελέσματα. Περαιτέρω, η επιλογή ορισμένων αξιωμάτων, σύμφωνα με τον Gödel, στηρίζεται σε συγκεκριμένα ορθολογικά κριτήρια επιστημονικής «*ωφελιμότητας*». Επιλέγονται λόγω της γονιμότητάς τους, του τρόπου που φωτίζουν μία μαθηματική περιοχή, των εννοιολογικών εργαλείων που παρέχουν κατά την επίλυση προβλημάτων κλπ. Έτσι η δόμηση μίας μαθηματικής θεωρίας συνδέεται με κριτήρια *επιστημικών* (*epistemic*) «*αρετών*».