

**34ο ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟ ΣΥΝΕΔΡΙΟ  
ΤΗΣ ΕΜΕ**

**Πυθαγόρας: «*Πάντα κατ' αριθμόν γίνονται*»**

**Λευκάδα, Νοέμβριος 2017**

# Θεματική Ενότητα

Μαθηματική μοντελοποίηση στις επιστήμες και  
την τεχνολογία

**Τίτλος Ομιλίας**

**Μαθηματικά και Βιολογία: Μια Ισχυρή  
Διασύνδεση**

**Ουρανία Χρυσ αφίνου**

# Ενότητες Παρουσίασης

- Η Συνέντευξη
- Το DNA– Jacques Monod - Richard Dawkins
- Τα Μαθηματικά στη Βιολογία
- Παραδείγματα
- Μία πρόταση προς την ΕΜΕ
- Επίλογος
- Βιβλιογραφία

## Η Συνέντευξη

- «**Ερώτηση:** Αν υπάρχει Θεός είναι περισσότερο μαθηματικός ή βιολόγος;

**Απάντηση:** Θα μπορούσε να ήταν τα πάντα, όλα αυτά και άλλα. Διότι ο κόσμος στον οποίο ζούμε διέπεται από σχέσεις οι οποίες εκφράζονται μαθηματικά, αλλά διέπεται και από τυχαία γεγονότα, τα οποία διαδραματίζουν σπουδαίο ρόλο στην εξέλιξη, που είναι ένα βασικό στοιχείο της βιολογίας. [...] Αν το προεκτείνεις, όμως, από εκεί και πέρα λέγοντας ότι τα μαθηματικά είναι η μόνη πραγματικότητα και ρυθμίζουν πώς λειτουργεί όχι μόνο ο φυσικός κόσμος αλλά και ο έμβιος θα σου πω όχι.

Βέβαια ταυτόχρονα θα πω ότι ο έμβιος κόσμος έχει μια συνέχεια με τον άβιο, αφού η βιολογία έχει βάσεις στη χημεία και οι νόμοι της χημείας σχετίζονται με τη φυσική, άρα υπάρχει μια συνέχεια.

Συνεπώς δέχομαι ότι σχετίζονται τα μαθηματικά με τη βιολογία έμμεσα, με τη βοήθεια της φυσικής, αλλά παράλληλα θα σου πω ότι τα μαθηματικά που χρησιμοποιούμε εμείς στη βιολογία είναι **πιθανολογικά, σε μεγάλο βαθμό, διότι ένα μεγάλο μέρος της βιολογίας προφανώς είναι μη προβλέψιμο.** [...]

Κι αυτό είναι το στοιχείο που εντυπωσιάζει στη βιολογία, η πολυπλοκότητα, που σε μεγάλο βαθμό στηρίζεται στην τυχαιότητα εν μέρει και σε αλληλεπιδράσεις οι οποίες επηρεάζονται από κλασσικούς νόμους.

Η βιολογία είναι αν θες ο κήπος της απρόβλεπτης φύσης, δεν μπορείς να προβλέψεις την εξέλιξη».

Η απάντηση οφείλεται στον παγκοσμίου φήμης Καθηγητή Μοριακής Βιολογίας **Φώτη Καφάτο** (εν συντομία **Φ.Κ**), ο οποίος διετέλεσε καθηγητής στο πανεπιστήμιο Harvard των Η.Π.Α., στο Imperial College του Λονδίνου, καθώς και σε Βιολογικά τμήματα της Ελλάδας τιμώμενος πολλαπλώς από τη διεθνή επιστημονική κοινότητα.

Η συνέντευξη δόθηκε το 2011 από κοινού με τον επίσης διαπρεπή Μαθηματικό **Θανάση Φωκά** (εν συντομία **Θ.Φ**) Καθηγητή στην έδρα Μη Γραμμικών Επιστημών στο τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Θεωρητικής Φυσικής του Πανεπιστημίου του Cambridge. [1]

Αναφέρουμε κάποια μέρη της συνέντευξης που συνδέονται με τη συνέχεια και τονίζουμε μερικές λέξεις τις οποίες θεωρούμε σημαντικές ελπίζοντας ότι είναι μια συγχωρητέα αυθαιρεσία.



«**Ερώτηση:** [...] Υπάρχει πεπρωμένο; Κι αν υπάρχει, καθορίζεται από μια περίπλοκη μαθηματική εξίσωση, από τα γονίδιά μας ή από κάτι διαφορετικό;

**Φ.Κ:** Θα έλεγα ούτε το ένα ούτε το άλλο, το καθορίζουν εν μέρει το παρελθόν και παρόν μας και εν μέρει η τυχαιότητα. Όταν λέω το παρόν και παρελθόν, αναφέρομαι στο πώς ο συγκεκριμένος άνθρωπος έχει αναπτυχθεί, τον εγκέφαλο που έχει αποκτήσει όχι μόνο από τα γονίδια του αλλά και από τις συνθήκες που αντιμετώπισε κατά τη βρεφική του ηλικία, την παιδεία του, τα ιδανικά που ενστερνίστηκε, τον τρόπο που αντιλαμβάνεται το περιβάλλον, τον τρόπο που συσχετίζει. Αλλά όλα αυτά σχετίζονται με την ανάπτυξη. Ένα πράγμα που θέλω να ξεκαθαρίσω είναι πως δεν είμαι **βιολογικός ντετερμινιστής**. Δεν πιστεύω στον απόλυτο βιολογικό προκαθορισμό και πολύ περισσότερο ότι **τα γονίδια είναι το παν**.

**Ερώτηση:** Τα γονίδιά μας δεν είναι μια μορφή πεπρωμένου όμως;

**Φ.Κ:** Βεβαίως είναι ένα από τα στοιχεία του μέλλοντος μας αλλά δεν είναι το μόνο. Δεν μπορούμε να κρύψουμε την ευθύνη μας πίσω από τα γονίδια διότι έχουμε μεγάλους βαθμούς ελευθερίας.

**Θ.Φ:** Δεν υπάρχει πεπρωμένο με την έννοια του «φυγείν αδύνατον». Η συνεχής αλληλεπίδραση μεταξύ του οργανισμού και του περιβάλλοντος και η ανάγκη του οργανισμού να επιβιώσει σε ένα συνεχώς διαφοροποιούμενο περιβάλλον κάνει το σύστημα μη γραμμικό. Κι αυτή η μη γραμμικότητα καθιστά την πρόβλεψη αδύνατη. Ακριβώς, όμως, αυτή η έλλειψη προβλεψιμότητας αφαιρεί και τη δυνατότητα ύπαρξης απόλυτου πεπρωμένου. Αφού συνεχώς υπάρχει αλληλεπίδραση, υπάρχει και δυνατότητα ελευθερίας, την οποία τόνισε ο Φώτης. [...]

**Ερώτηση:** Τώρα για να γυρίσουμε το ρολόι κάποιες χιλιάδες χρόνια πίσω, ο μεγάλος μαθηματικός-φιλόσοφος **Πυθαγόρας** διακήρυττε ότι οι αριθμοί είναι αυτή η ίδια η αλήθεια, η ουσία του κόσμου, γι' αυτό και είναι ιεροί.

**Θ.Φ:** Θα ήταν παράλογο να πούμε ότι το κέντρο του κόσμου είναι οι αριθμοί. Από την άλλη μεριά, όντως τα μαθηματικά παίζουν σημαντικό ρόλο στην αναζήτηση της αλήθειας, στην κατανόηση της ουσίας των πραγμάτων. [...] Ας μην ξεχνάμε ότι τα μαθηματικά χαρακτηρίζονται από δύο κεντρικά στοιχεία, από ένα μεγάλο επίπεδο πολυπλοκότητας και μία εγγενή αισθητική. Η ύπαρξη αισθητικής στα μαθηματικά είναι νομοτελειακή, γιατί τα μαθηματικά εκφράζουν αλήθεια και η ομορφιά είναι η σφραγίδα της αλήθειας.

**Φ.Κ:** Η επιστήμη είναι το αέναο μέτωπο. Η πραγματικότητα έχει μια διάσταση άπειρη και η επιστήμη δεν είναι παρά μια προσπάθεια να κατανοήσουμε τον κόσμο και τον ίδιο τον εαυτό μας, αναγνωρίζοντας παράλληλα ότι αυτή η προσπάθεια είναι ένα ταξίδι που δεν τελειώνει ποτέ και αυτό είναι το μεγαλείο της... Το ότι προσπαθούμε να κατανοήσουμε είναι χαρακτηριστικό στοιχείο της ανθρωπιάς . Είναι κι αυτό βαθύ στοιχείο της ανθρώπινης φύσης μας, συνδέεται με το γεγονός ότι είμαστε άνθρωποι.

Και κάθε βήμα που κάνουμε προς τα εμπρός μας φέρνει πιο κοντά στην κατανόηση αλλά δε φτάνουμε ποτέ εκεί και νομίζω ότι αυτό είναι ένα συγκλονιστικό στοιχείο της ζωής μας. [...]

Και το γεγονός ότι αυτό το έχω καταλάβει και παραδεχτεί είναι αν θες ένα στοιχείο ταπεινότητας... **Αν ο επιστήμονας δεν διακρίνεται από ταπεινότητα, είναι ψεύτης».**

## 2. Το DNA – Jacques Monod - Richard Dawkins

Το **1869** εντοπίστηκε το DNA (Deoxyribose Nucleic Acid - Δεοξυριβονουκλικό Οξύ) στον πυρήνα των κυττάρων και άρχισε μια νέα ερευνητική περίοδος για τη Βιολογία. Μέχρι το **1944** δεν ήταν γνωστό ότι αποτελούσε το μυστήριο του γενετικού υλικού των οργανισμών.

Το **1953** οι ερευνητές του εργαστηρίου Cavendish του Πανεπιστημίου του Cambridge, James Watson (1928- ) και Francis Crick (1916-2004) διατύπωσαν το μοντέλο της διπλής έλικας του DNA που αναφέρεται στη δομή του DNA στο επιστημονικό περιοδικό Nature [2].

Την ίδια περίοδο οι επίσης ερευνητές Rosalind Franklin (1920-1958) και Maurice Wilkins (1916-2004) εργάζονταν σε σχετικά θέματα στο Kings College του Λονδίνου. Τα αποτελέσματα της Franklin, η οποία χρησιμοποιούσε ακτίνες X στην κρυσταλλογραφία και για τη μελέτη της δομής του DNA ήταν αποφασιστικής σημασίας για το αποτέλεσμα της διπλής έλικας που διατύπωσαν οι Watson και Crick.

Το 1962 οι Wilkins, Crick, and Watson τιμήθηκαν με το βραβείο Νόμπελ για τη Φυσιολογία και Ιατρική.

Η R. Franklin, η οποία είχε ήδη πεθάνει, δεν τιμήθηκε προκαλώντας ποικίλα σχόλια στην επιστημονική κοινότητα. Αργότερα ο Crick παραδέχτηκε τη σημαντικότητα των αποτελεσμάτων της στην έρευνα τους λέγοντας ότι η Franklin ήταν δυο βήματα πριν την ανακάλυψη της έλικας.

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε λίγα στοιχεία που αφορούν στο DNA, από αυτά που αναφέρονται στις σελίδες 235-242 του κλασικού βιβλίου του Jacques Monod (1910-1976), «Η Τύχη και η Αναγκαιότητα» [3].

Στο DNA βρίσκουμε τέσσερα νουκλεοτίδια τα οποία διαφέρουν κατά τη δομή της αζωτούχου βάσης που τα απαρτίζει. Οι τέσσερες αυτές βάσεις λέγονται: Αδερίνη, Γουανίνη, Κυτοσίνη και Θυμίνη και συμβολίζονται με A, G, C και T από τα αρχικά γράμματα των λατινικών ονομάτων τους. **Αυτά είναι τα γράμματα του γενετικού αλφαβήτου.**

Για λόγους στερεοδομικούς η Αδερίνη (A) μέσα στο DNA τείνει να σχηματίσει, αυτενεργώς, μη ομοιοπολική ένωση με τη Θυμίνη (T), ενώ η Γουανίνη (G) ενώνεται με την Κυτοσίνη (C).



A A C C A T A T G G C T C C G \*  
T T G G T A T A C C G A G G C



**DNA**



U U G G U A U A C C G A G G C

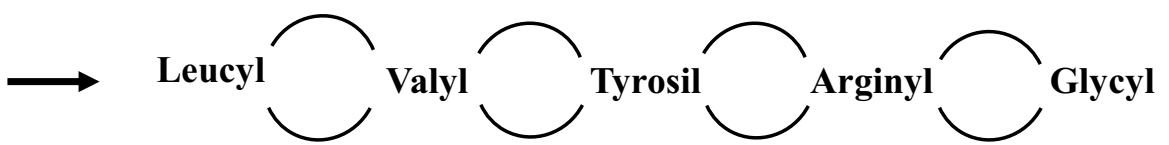
mRNA αγγελιοφόρος

←→ ←→ ←→ ←→ ←→  
A A C C A U A U G G C U C C G

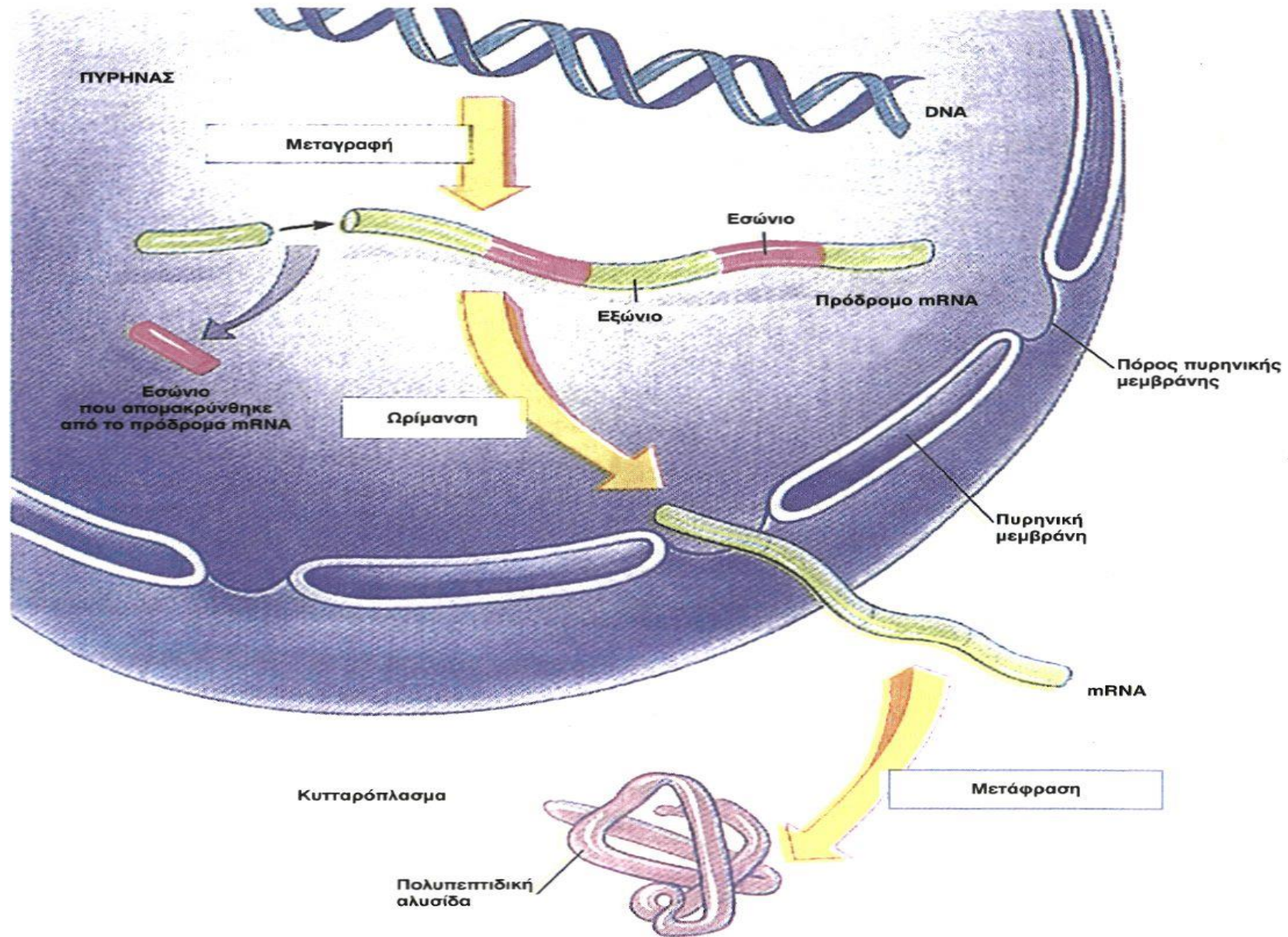
tRNA μεταφέρον (τριπλέτες)

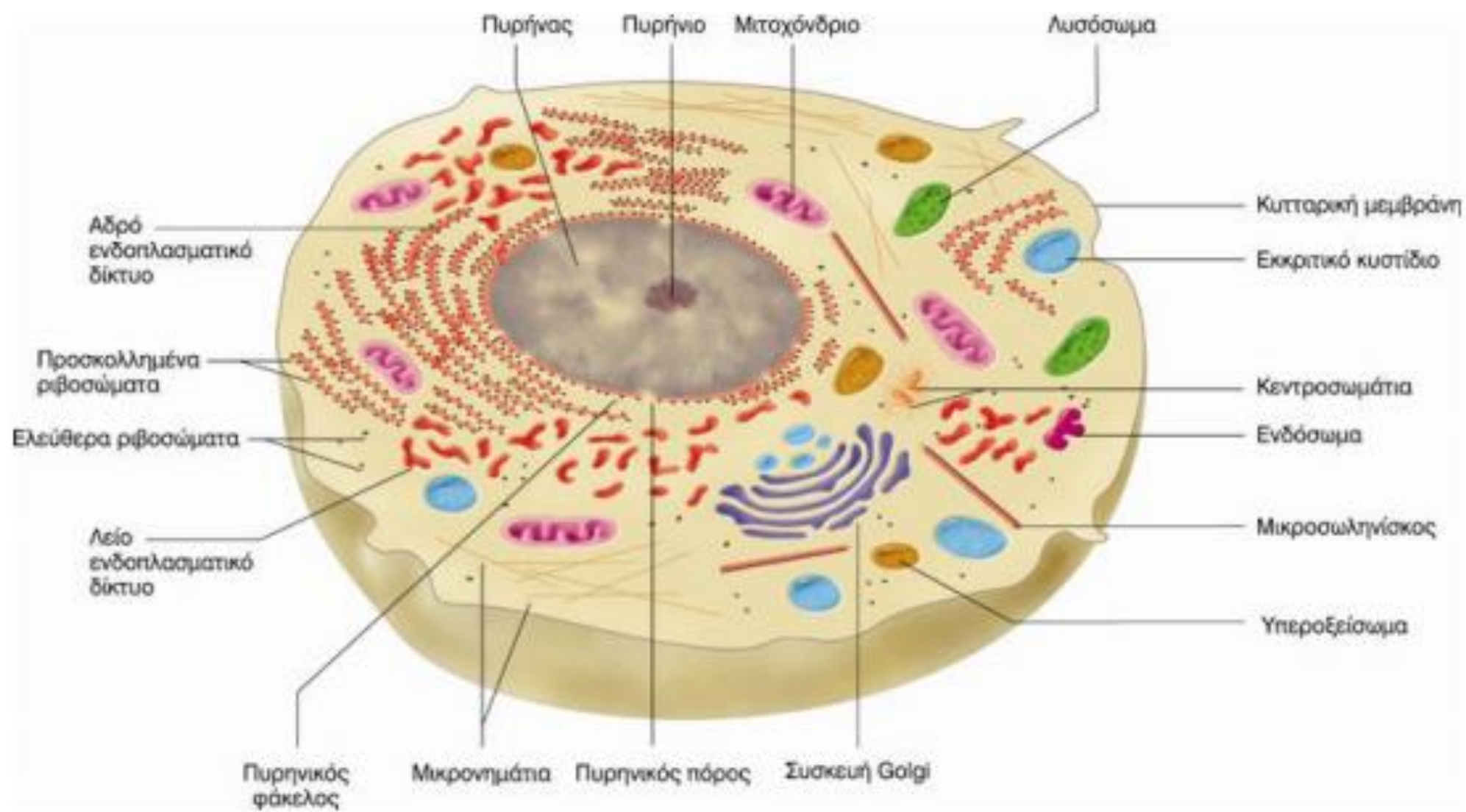


αποκωδικοποίηση



**Πολυπεπτίδιο  
(πρωτεΐνη)**





Η διπλή έλικα του DNA απαρτίζεται από δύο πολυνουκλεοτιδικές αλυσίδες, οι οποίες μεταγράφονται σε RNA (ριβονουκλεικό οξύ) και διαφέρει κυρίως στο ότι η Θυμίνη (T) μετατρέπεται σε Ουρακίλη (U). Με βάση το μεταφέρων RNA που σχηματίζεται από την πρώτη αλυσίδα (\*) του DNA αποκωδικοποιούνται τα αμινοξέα που αποτελούνται από τρεις βάσεις και προορίζονται να σχηματίσουν το πολυπεπτίδιο (πρωτεΐνη).

Ο μηχανισμός της καθαυτό αποκωδικοποίησης είναι πολυσύνθετος. Πάμπολλα μακρομοριακά συστατικά παρεμβαίνουν σ' αυτόν.

Η παραπάνω εντελώς αυθαίρετη αλληλουχία δείχνει όσα πολύ συνοπτικά αναφέραμε.

Ο γενετικός κώδικας είναι ο κανόνας που αντιστοιχίζει σε δεδομένη πολυνουκλεοτιδική αλυσίδα μια πολυπεπτιδική αλυσίδα. Επειδή υπάρχουν 20 ρίζες αμινοξέων που πρέπει να προσδιορισθούν και μόνο 4 «γράμματα» (4 νουκλεοτίδια) στο αλφάβητο του DNA, χρειάζονται πολλά νουκλεοτίδια για τον προσδιορισμό ενός αμινοξέος.

Ο κώδικας πράγματι είναι σε «τριάδες»: κάθε αμινοξύ προσδιορίζεται από μια αλυσίδα τριών νουκλεοτιδίων. Επειδή με το αλφάβητο των 4 γραμμάτων μπορούμε να σχηματίσουμε  $4^3 = 64$  «λέξεις» για τα περισσότερα αμινοξέα υπάρχουν πολλοί περισσότεροι συμβολισμοί υπό μορφή «τριάδων» νουκλεοτιδίων. [...]

# Ο γενετικός κώδικας

		Second nucleotide					
		U	C	A	G		
First nucleotide	U	UUU Phe UUC UUA Leu UUG	UCU UCC Ser UCA UCG	UAU Tyr UAC UAA STOP UAG STOP	UGU Cys UGC UGA STOP UGG Trp	U C A G	
	C	CUU CUC Leu CUA CUG	CCU CCC Pro CCA CCG	CAU His CAC CAA Gln CAG	CGU CGC Arg CGA CGG	U C A G	
	A	AUU Ile AUC AUA AUG Met	ACU ACC Thr ACA ACG	AAU Asn AAC AAA Lys AAG	AGU Ser AGC AGA Arg AGG	U C A G	
	G	GUU GUC Val GUA GUG	GCU GCC Ala GCA GCG	GAU Asp GAC GAA Glu GAG	GGU GGC Gly GGA GGG	U C A G	

Από το βιβλίο του Richard Dawkins (1941- ) «Το Εγωιστικό Γονίδιο» [4] συμπληρώνουμε μερικές γλαφυρές περιγραφές που θεωρούμε ότι βοηθούν στην καλύτερη στοιχειώδη κατανόηση του DNA.

« Το DNA μας ζει μέσα στα σώματά μας. Δεν βρίσκεται συγκεντρωμένο σε κάποιο συγκεκριμένο μέρος του σώματος, αλλά κατανέμεται σε όλα τα κύτταρα. Υπάρχουν ένα τετράκις εκατομμύριο ( $10^{15}$ ) κύτταρα σε κάθε μέσο ανθρώπινο σώμα και με μερικές εξαιρέσεις τις οποίες μπορούμε να αγνοήσουμε, καθένα από αυτά περιέχει ένα πλήρες αντίγραφο του DNA του συγκεκριμένου σώματος. Το DNA μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σύνολο οδηγιών για την κατασκευή ενός σώματος, γραμμένο στο αλφάβητο των νουκλεοτιδίων A, C, G και T.

Είναι σαν να υπάρχει, σε κάθε δωμάτιο ενός γιγαντιαίου κτηρίου, μια **βιβλιοθήκη** που περιέχει τα αρχιτεκτονικά σχέδια ολόκληρου του κτηρίου. Η «βιβλιοθήκη του κυττάρου ονομάζεται πυρήνας». Τα αρχιτεκτονικά σχέδια καταλαμβάνουν 46 τόμους στον άνθρωπο - ο αριθμός διαφέρει σε άλλα είδη. Οι «τόμοι» ονομάζονται χρωμοσώματα. [⋯]. **Παρεμπιπτόντως, δεν υπάρχει βεβαίως «αρχιτέκτονας». Οι οδηγίες του DNA έχουν συναθροιστεί από τη φυσική επιλογή.**

Το DNA κάνει δύο σημαντικά πράγματα:

**Πρώτον**, αυτοαντιγράφεται (κατασκευάζουν αντίγραφα του εαυτού τους). Αυτό συνεχίζεται ασταμάτητα από τότε που ξεκίνησε η ζωή, και το DNA είναι πολύ ικανό σε αυτό.



Ως ενήλικας αποτελείστε από ένα τετράκις εκατομμύριο κύτταρα, όμως τη στιγμή της σύλληψης σας ήσασταν ένα μοναδικό κύτταρο, προικισμένο με ένα μοναδικό αντίγραφο των αρχιτεκτονικών σχεδίων. Το κύτταρο αυτό διαιρέθηκε στα δύο· καθένα δε από τα δύο κύτταρα παρέλαβε το δικό του αντίγραφο των σχεδίων. Με τις διαδοχικές διαιρέσεις ο αριθμός των κυττάρων ανέβηκε στα 4, 8, 16, 32, κ.ο.κ. , έως το ένα τετράκις εκατομμύριο. Σε κάθε διαίρεση το DNA αντιγράφεται πιστά, χωρίς σχεδόν κανένα λάθος.

(Σημείωση: Θα θέλαμε να επισημάνουμε ότι τα κύτταρα είναι διαφόρων μεγεθών ως προς το μήκος και το φάρδος τους. Το μεγαλύτερο κύτταρο είναι το ωάριο και το μικρότερο το σπερματοζωάριο.)

**Δεύτερο** σημαντικό πράγμα που κάνει το DNA. Επιβλέπει έμμεσα την κατασκευή ενός διαφορετικού είδους μορίων – **των πρωτεϊνών**. [...] Το να φτιάχνεις πρωτεΐνες ίσως φαίνεται να απέχει πολύ από το να φτιάχνεις ένα σώμα, όμως αποτελεί το μικρό βήμα προς αυτήν την κατεύθυνση. Οι πρωτεΐνες δεν συνιστούν απλώς το μεγαλύτερο μέρος των φυσικών δομών του σώματος· **ασκούν επιπλέον ευαίσθητο έλεγχο πάνω σε όλες τις χημικές διαδικασίες που πραγματοποιούνται μέσα σε ένα κύτταρο, ενεργοποιώντας ή απενεργοποιώντας τις επιλεκτικά σε συγκεκριμένες χρονικές στιγμές και συγκεκριμένους τόπους.**

Το σώμα είναι ο γονιδιακός τρόπος για να διατηρούνται τα γονίδια αμετάβλητα. [...] Δεν υπάρχει κάποιος καθολικά αποδεκτός ορισμός του γονιδίου. Ο ορισμός που θέλω να χρησιμοποιήσω ανήκει στον G. C. Williams (Αμερικανό εξελικτικό βιολόγο (1926-2010)). **Γονίδιο ονομάζεται κάθε τμήμα χρωμοσωμικού υλικού που δυνητικά διαρκεί για αρκετές γενιές, ώστε να λειτουργεί ως μονάδα της φυσικής επιλογής.** [...]

(Αναφέρουμε ότι οι σύγχρονες σε βάθος μελέτες γίνονται με ηλεκτρονικά μικροσκόπια, καθώς και με ηλεκτρονικά μικροσκόπια σάρωσης.)

**Ένα άλλο γνώρισμα της σωματιδιακής φύσης του γονιδίου είναι ότι δεν γερνά·** δεν έχει περισσότερες πιθανότητες να πεθάνει όταν έχει ηλικία ενός εκατομμυρίου ετών απ' ό,τι όταν ήταν μόλις εκατό ετών. Πηδάει από σώμα σε σώμα δια μέσου των γενεών, χειριζόμενο το ένα σώμα μετά το άλλο με τον τρόπο του και για τους σκοπούς του, εγκαταλείποντας μια σειρά θνητών σωμάτων προτού αυτά βυθιστούν στη φθορά και στο θάνατο.

**Τα γονίδια είναι οι αθάνατοι** – ή μάλλον, ορίζονται ως γενετικές οντότητες που φτάνουν αρκετά κοντά στο να δικαιούνται αυτόν τον τίτλο. [...] ».

# Richard Dawkins

Από την 30<sup>η</sup> επετειακή έκδοση του βιβλίου «Εγωιστικό Γονίδιο», 2005 αναφέρουμε τα εξής:

« Ο Richard Dawkins είναι βρετανός ηθολόγος και εξελικτικός βιολόγος. Κατείχε την έδρα Charles Simonyi για την Κατανόηση της Επιστήμης από το Ευρύ Κοινό στο Πανεπιστήμιο της Οξφόρδης μέχρι το 2008, οπότε και συνταξιοδοτήθηκε. Το επιστημονικό και συγγραφικό του έργο τού έχει αποφέρει, βραβεία, επί τιμή διδακτορίες στην επιστήμη και τα γράμματα, καθώς και το βραβείο Σαίξπηρ για τη γραφή. [...]» .

Από την πλούσια βιβλιογραφία που υπάρχει για το συγγραφικό του έργο επισημαίνουμε ότι έχει γράψει επτά βιβλία τα οποία έχουν τύχει μεγάλης και αντικρουόμενης κριτικής από τους ειδικούς του κλάδου της Βιολογίας, τους Θεολογικούς κύκλους, καθώς και τους Πολιτικούς.

## Jacques\_Monod

Ας επιστρέψουμε στον Jacques\_Monod, ο οποίος το 1965 τιμήθηκε με βραβείο Νόμπελ στην Φυσιολογία ή Ιατρική από κοινού με τους Francois Jacob και Andre Lwoff. Το 1970 εξέδωσε στο Παρίσι το βιβλίο «Η Τύχη και η Αναγκαιότητα» το οποίο τον επόμενο χρόνο εκδόθηκε και στην Ελλάδα και πολύ γρήγορα σε πολλές άλλες χώρες.

Ο τίτλος του βιβλίου προέρχεται από τη ρήση του Δημόκριτου: **«Ό,τι υπάρχει στο σύμπαν είναι προϊόν τύχης και ανάγκης»**, την οποία αναφέρει ο Μονό πριν τον πρόλογο του μαζί με ένα απόσπασμα από το έργο του Αλμπέρ Καμύ **«Ο μύθος του Σισύφου»**. Θεωρούμε ότι και τα δύο δικαιολογούνται από τον συγγραφέα στα κεφάλαια του βιβλίου του **«Η Εξέλιξη»** και **«Το Βασίλειο και τα Ερέβη»**.

Από την εισαγωγή του ίδιου του συγγραφέα αναφέρουμε τα εξής: «Επαναλαμβάνω: το δοκίμιο αυτό δεν έχει την αξίωση να παρουσιάσει ολόκληρη τη βιολογία, απλώς επιχειρεί ευθέως να λαμπικάρει την πεμπτουσία της μοριακής θεωρίας του κώδικα. Εξυπακούεται ότι ευθύνομαι για τις ιδεολογικές γενικεύσεις τις οποίες πίστεψα πως μπορούσα να συναγάγω από τη θεωρία. [...]»

Είμαι υποχρεωμένος να πάρω ακέραια την ευθύνη των προεκτάσεων ηθικής – αν μη πολιτικής – υφής τις οποίες δεν θέλησα να αποφύγω όσο παρακινδυνευμένες κι’ αν ήταν, ή όσο απλοϊκές είτε υπερβολικά φιλόδοξες κι’ αν μπορούσαν παρά τη θέλησή μου, να φανούν: **η μετριοφροσύνη ταιριάζει στον επιστήμονα, μα όχι στις ιδέες που εμφωλεύουν μέσα του και τις οποίες οφείλει να υπερασπιστεί. [...]»**.

Το βιβλίο προκάλεσε το ενδιαφέρον και τον προβληματισμό εκτός των Βιολόγων και των Μαθηματικών, Φυσικών, Φιλοσόφων, καθώς και αναταραχή στους Θρησκευτικούς και Πολιτικούς κύκλους. Σήμερα θεωρείται κλασικό στο είδος του. Για τον επιστήμονα και άνθρωπο Ζακ Μονό παραπέμπουμε στη νεκρολογία του περιοδικού Journal of General Microbiology [5]

Επίσης, ενδιαφέρον παρουσιάζει και το άρθρο της ιστοσελίδας <http://www.biology4u.gr> που έχει τίτλο «Αλμπέρ Καμύ-Ζακ Μονό: Δύο τολμηροί και ιδιοφυείς διανοητές του 20<sup>ου</sup> αιώνα».



### 3. Τα Μαθηματικά στη Βιολογία

- Από τα μέσα του 19<sup>ου</sup> αιώνα έως και τα μέσα του 20<sup>ου</sup> η Στατιστική υπήρξε ο κύριος κλάδος των Μαθηματικών που είχε άμεση σχέση με τη Βιολογία αλληλοβοηθούμενες και προσφέροντας η μία στην άλλη προβλήματα, τα οποία οδήγησαν στην ανάπτυξη και των δύο επιστημών.
- Ο Karl Pearson (1857-1936) Άγγλος μαθηματικός και βιομαθηματικός επηρεασμένος από τις θεωρίες των Charles Robert Darwin (1809-1882), του Sir Francis Galton (1822-1911) και του Gregor Johann Mendel (1822-1884) τις σχετικές με τη θεωρία της κληρονομικότητας, της φυσικής επιλογής και της εξέλιξης ασχολήθηκε με τα πειράματά τους, τα δεδομένα και τα συμπεράσματά τους. Σύμφωνα με τους Yule, G. U., Filon, L. N. G. (1936) [6] **«it was Francis Galton whose writings led Pearson to statistics»**.

Το 1901 με την οικονομική βοήθεια του Galton και άλλων ίδρυσε το διεθνούς κύρους φημισμένο περιοδικό *Biometrika*, το οποίο εκδίδεται μέχρι σήμερα από Oxford University Press. Σκοπός του ήταν η προώθηση της βιομετρίας και τα μετέπειτα χρόνια η δημοσίευση πρωτότυπων θεωρητικών ή εφαρμοσμένων μαθηματικών εργασιών με στόχο την άμεση ή εν δυνάμει εφαρμογή τους σε θέματα βιολογίας.

Ο Yule-ο πιο διακεκριμένος μαθητής του-απαριθμεί τις θεματικές περιοχές που μελετήθηκαν από τον Pearson και τους αφοσιωμένους συνεργάτες του στα εργαστήρια του University College of London:

**A. Κατανομές Συχνοτήτων**

**B. Συσχέτιση και σχετικές μέθοδοι**

**Γ. Θεωρία Δειγματοληψίας**

**Δ. Διάφορα, Ε. Μαθηματικοί Πίνακες**

**Z. Ανθρώπινη Κληρονομικότητα και Γενική Θεωρία**

**Η. Ευγονική**

**Θ. Βιομετρία (μη σχετιζόμενη με τους ανθρώπους )**

**I. Βιογραφία: Ιστορικά άρθρα.**

Στους τοίχους των εργαστηρίων υπήρχαν γραμμένες ρήσεις επιστημόνων και φιλοσόφων ανάμεσα στις οποίες και του Πλάτωνα:

«-But the best part of the Soul is that which trusts the Measure and Calculation?

-Certainly.

- And that which is opposite to them is one of the inferior Parts of the Soul?

-No Doubt. »

(Ο παραπάνω διάλογος προέρχεται από την Πολιτεία του Πλάτωνα και αφορά στη συζήτηση μεταξύ του Σωκράτη και ενός από τους συνοδοιπόρους του από Πειραιά προς Αθήνα.)

Ο Yule τελειώνοντας το τμήμα του άρθρου [6] που έχει γράψει αναφέρει τα ακόλουθα χαρακτηριστικά για τον Karl Pearson: «Intellectualist but in the depths emotional: poet, essayist, historian, philosopher, statistician. **His life marked the beginning of a new epoch in the history of statistics**».

Στη συνέχεια πολλοί σπουδαίοι στατιστικοί συνέχισαν το έργο του και πρόσθεσαν τις δικές τους μαθηματικές θεωρίες στην υπηρεσία της Βιολογίας. Ενδεικτικά αναφέρουμε τον R. A. Fisher (1890-1962), ο οποίος ανέπτυξε την Ανάλυση Διασποράς, καθώς και άλλες στατιστικές μεθόδους αναλύοντας δεδομένα βιολόγων.

Το 1950 ο Fisher δημοσίευσε την εργασία "Gene Frequencies in a Cline Determined by Selection and Diffusion", η οποία υπήρξε αξιοσημείωτη ως η πρώτη εφαρμογή υπολογιστή και συγκεκριμένα της μηχανής **EDSAC (electronic delay storage automatic calculator)** του πανεπιστημίου του Cambridge. Επίσης ανέπτυξε υπολογιστικούς αλγορίθμους για την ανάλυση δεδομένων από πειραματικούς σχεδιασμούς.

Εκτός της Στατιστικής σημαντικό ρόλο έπαιξαν οι Στοχαστικές Ανελίξεις (Μαρκοβιανές Αλυσίδες, Κλαδωτές, Διάχυσης, Γεννήσεως-Θανάτου, Κίνηση Brown), οι οποίες άρχισαν να εφαρμόζονται αρκετά νωρίτερα από την ανακοίνωση της διπλής έλικας.

Το 1959 ο Eugene Paul Wigner (1902-1995) Ουγγρικής καταγωγής Αμερικανός θεωρητικός φυσικός και μαθηματικός, ο οποίος τιμήθηκε με βραβείο Νόμπελ Φυσικής το 1963 έγραψε ένα άρθρο με τίτλο «**The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Natural Sciences**» [7]. Στο άρθρο αυτό διατυπώνει σκέψεις, ερωτήματα και αμφιβολίες για την ανεξήγητη αποτελεσματικότητα των μαθηματικών στις φυσικές επιστήμες, την οποία θεωρεί παράδοξα μυστηριώδη.

Στο τέλος του άρθρου προβλέποντας και τη σχέση των Μαθηματικών με τη Βιολογία γράφει τα εξής : «**A much more difficult and confusing situation would arise if we could, some day, establish a theory of the phenomena of consciousness, or of biology [⋯].**»

Τελειώνοντας το άρθρο επισημαίνει:

**«Let me end on a more cheerful note. The miracle of the appropriateness of the language of mathematics for the formulation of the laws of physics is a wonderful gift which we neither understand nor deserve. We should be grateful for it and hope that it will remain valid in future research and that it will extend, for better or for worse, to our pleasure even though perhaps also to our bafflement, to wide branches of learning» .**

Το άρθρο αποτέλεσε βάση για πλούσιο προβληματισμό και πλατιά συζήτηση μεταξύ των στοχαστών επιστημόνων μέχρι σήμερα και σίγουρα στο μέλλον. Αρκεί κανείς να αναζητήσει στο διαδίκτυο τις δύο πρώτες λέξεις του τίτλου για να πειστεί γι' αυτό.



Αυτά είχε προβλέψει ο E. Wigner, και τα μαθηματικά έκαναν πράγματι θριαμβευτική εισβολή στο χώρο της βιολογίας, αλλά και αντίστροφα μετά την ανακοίνωση της διπλής έλικας του DNA.

Το 2012 ο Joel E. Cohen (1944- ) Αμερικανός μαθηματικός και βιολόγος που εργάζεται στο Rockefeller University in New York και στο the Earth Institute of Columbia University δημοσίευσε ένα άρθρο με τον ευρηματικό τίτλο «**Mathematics Is Biology's Next Microscope, Only Better; Biology Is Mathematics' Next Physics, Only Better**» [8].

Ο συγγραφέας περιγράφει πειστικά την αμοιβαία σχέση των δύο επιστημών και εξηγεί τους λόγους για τους οποίους θεωρεί ότι τα μαθηματικά είναι ένα καλύτερο μικροσκόπιο (από το οπτικό) για τη βιολογία και γιατί η βιολογία είναι καλύτερη από τη φυσική για τα μαθηματικά ως προς τα προβλήματα προς επίλυση που θέτει.

Αναφέρει μερικές προκλήσεις που κατά τη γνώμη του αναδύονται από αυτήν τη σχέση και συγκεκριμένα για τα μαθηματικά τις εξής:

- Understand computation
- Find better ways to model multi-level systems
- Understand probability, risk, and uncertainty.
- Understand data mining, simultaneous inference, and statistical de-identification
- Set standards for clarity, performance, publication and permanence of software and computational results.

Ο Cohen στο άρθρο του προσφέρει στον αναγνώστη πλούσια βιβλιογραφία από την εποχή του Leonard Euler, *Recherches générales sur la mortalité et la multiplication. Mémoires de l'Académie Royal des Sciences et Belles Lettres*. 1760 ;16:144–164., έως τους Hastings A, Palmer MA. “A bright future for biologists and mathematicians?”, *Science*, 2003;299:2003–2004. [[PubMed](#)].

Η ταχύτητα με την οποία εμφανίζονται προβλήματα και αναπτύσσονται θεωρίες είναι ραγδαία. Οι ερευνητές έχουν να χειριστούν τεράστια πληροφορία μέσω των τραπεζών δεδομένων DNA που οφείλεται στην επίσης ραγδαία ανάπτυξη της Πληροφορικής. Για το λόγο αυτό η εξόρυξη δεδομένων (Data mining), και η ανάλυση τους από βιολόγους και μαθηματικούς με σωστές μεθόδους είναι καθοριστικής σημασίας.

Με γνώμονα αυτήν τη δυσκολία ο Michael Waterman καθηγητής μαθηματικών και βιολογικών επιστημών στο University of Southern California στο βιβλίο του «Introduction to Computational Biology» [9] παρουσιάζει στα δεκαπέντε κεφάλαια του βιβλίου του εφαρμογές των μαθηματικών σε συγκεκριμένα βιολογικά προβλήματα.

Όπως επισημαίνει στον πρόλογο του « In such rapidly development subject there is a significant risk of instant obsolescence. I have tried to strike a balance between what I see as fundamentals unlikely to change and those data structures and problems whose relevance could be eliminated tomorrow by a clever piece of technology. [...]

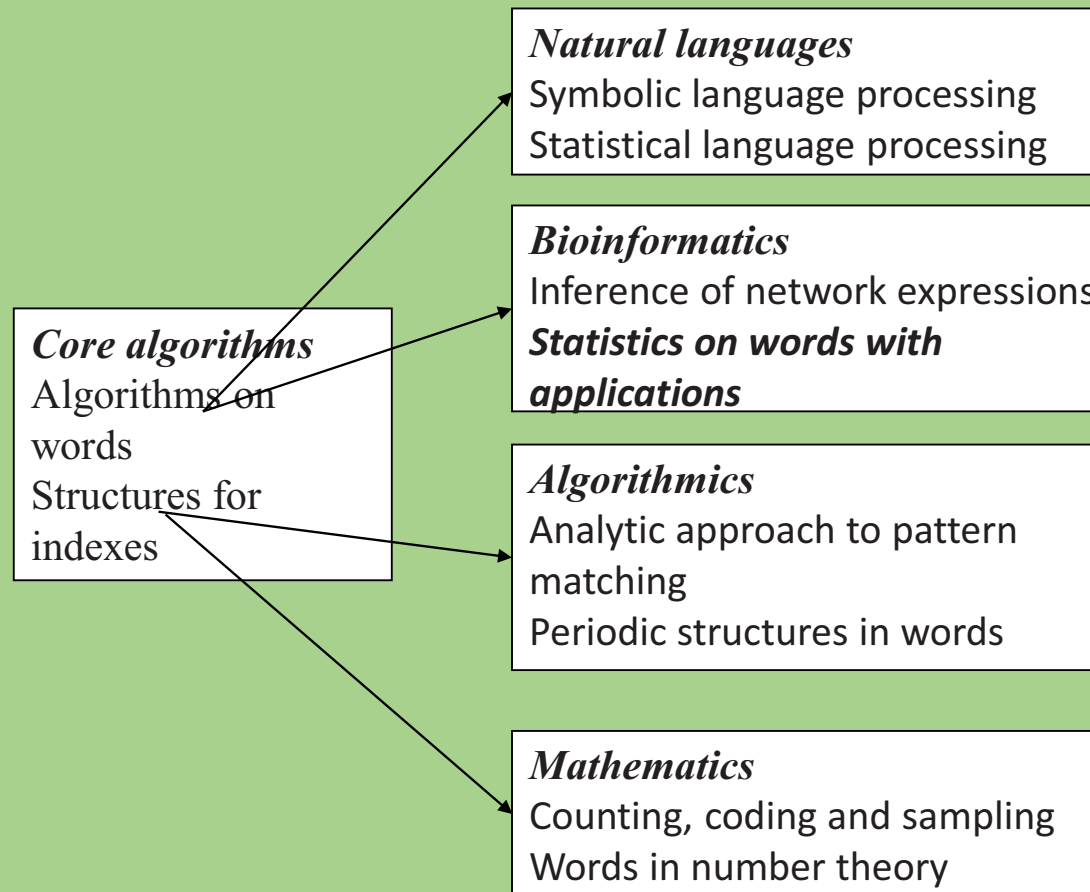
Molecular biology is an experimental subject and although the material of living organism obeys the familiar laws of chemistry and physics, there are few real universals in biology. **Even the so-called universal genetic code is not identical in all living systems».**

# Παραδείγματα

Ο τόμος Lothaire, M. (2005), [\*Applied Combinatorics on Words\*](#), Encyclopedia of Mathematics and its Applications, **105**, [Cambridge University Press](#) [10] καλύπτει τις εξής περιοχές: Core algorithms, Natural language processing, Bioinformatics, Algorithms, Mathematics. Στον επόμενη διαφάνεια δείχνουμε αναλυτικά όλες τις ενότητες.

Στο πεδίο «Statistics on words with applications to biological sequences» γίνεται αναφορά, εκτός των άλλων, στις εργασίες [11], [12], [13], [14], [15]. Τις επιλέγουμε για το λόγο ότι γι' αυτές μπορούμε να δώσουμε πολύ απλά και άμεσα ένα παράδειγμα της σχέσης των Πιθανοτήτων και της έρευνας για τη Βιολογική ακολουθία λόγω της συμμετοχής της παρουσιάστριας ως συν-συγγραφέας σ' αυτές.

## Overall structure of “Applied Combinatorics on Words”



Στις δύο πρώτες εργασίες [11] (1988a) και [12] (1988b) (συν-συγγραφέας ο Σταύρος Παπασταυρίδης) δεν είχαμε ούτε κατά διάνοια ως στόχο εφαρμογές στην εμφάνιση «words» (λέξεων) της Βιολογικής ακολουθίας. Για το λόγο αυτό χρησιμοποιούσαμε τη λέξη «patterns» (μοτίβα), η οποία επίσης χρησιμοποιείται, αλλά έχει επικρατήσει η λέξη «words» τελικά. Περιληπτικά έχουν ως εξής:


Θεωρούμε μια άπειρη ακολουθία τυχαίων μεταβλητών  $Y_1, Y_2, \dots$  ανεξάρτητων και ισόνομων που παίρνουν τιμές σ' ένα πεπερασμένο αλφάβητο  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_q\}$ ,  $q \geq 2$  και δημιουργούν patterns. Έστω μια ακολουθία  $\{A_n\}$  από patterns των οποίων το μήκος, έστω  $k_n$ , τείνει στο άπειρο καθώς το  $n \rightarrow \infty$ . Στην εργασία [11] ενδιαφερόμαστε για τον αριθμό εμφανίσεων, έστω  $T_n$ , των μη επικαλυπτόμενων patterns και κυρίως για την οριακή κατανομή του κάτω από συγκεκριμένες υποθέσεις.

Το πως θεωρεί κανείς την αρίθμηση (εμφάνιση των «patterns») έχει μεγάλη σημασία. Για παράδειγμα, χρησιμοποιώντας το αλφάβητο του DNA ας θεωρήσουμε εντελώς αυθαίρετα το «pattern»:

ΑΑΤCGGCAAAGΑΑΤ

Παρατηρούμε ότι τα πρώτα τρία γράμματα είναι ίδια με τα τρία τελευταία.

Έστω τώρα ότι συναντάμε ένα τμήμα της αλυσίδας της μορφής:

... ΑΑΤCGGCAAAGΑΑΤCGCAAAGΑΑΤ ...  




Θα μετρήσουμε μία εμφάνιση ή δύο εμφανίσεις του συγκεκριμένου «pattern»; Στη συγκεκριμένη εργασία θεωρήσαμε τις μη επικαλυπτόμενες εμφανίσεις.

Ας μας επιτραπεί μια μικρή ιστορία που ίσως σκιαγραφεί το πως προχωρά η επιστημονική έρευνα και πως διασταυρώνονται τα προβλήματα διαφορετικών κλάδων. Η αρχική μορφή της εργασίας αποτελούνταν από 33 σελίδες.

Μετά την κρίση της από τους referees ο αρχισυντάκτης του περιοδικού μας ανέφερε ότι, αν χρησιμοποιούσαμε ένα αποτέλεσμα το οποίο προφανώς δεν γνωρίζαμε, γιατί προέρχονταν από ευρύτερη περιοχή της δικής μας, θα μπορούσαμε να αποδείξουμε το βασικό θεώρημα μας άμεσα αποφεύγοντας τις αρκετά πολύπλοκες, συνδυαστικές και αναλυτικές προτάσεις και λήμματα. Αν το δεχόμασταν θα άξιζε να δημοσιευθεί ως εφαρμογή της θεωρίας των δύο άλλων οι οποίοι δεν είχαν. Προφανώς το δεχτήκαμε, όπως άλλωστε επιβάλλει η επιστημονική δεοντολογία, και η εργασία έγινε 4 σελίδες!

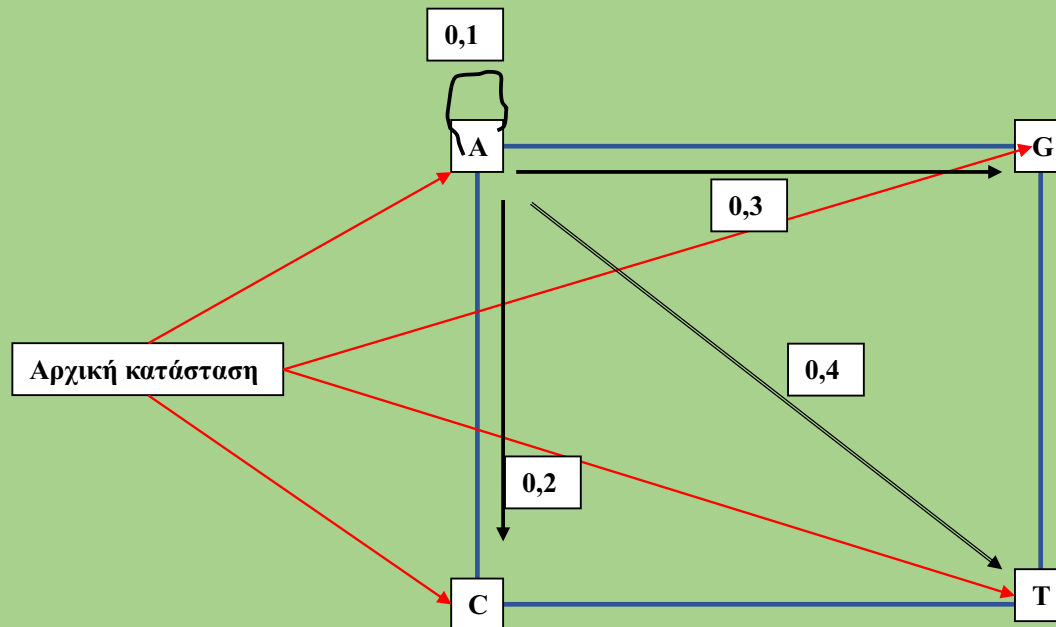
Αλλά η εργασία αυτή ήταν η πρώτη που παρουσίαζε ένα οριακό θεώρημα κατανομής Poisson σε τέτοιου είδους προβλήματα και όπως πληροφορηθήκαμε μετά από δύο χρόνια περίπου είχε ήδη εφαρμοστεί και αναφερθεί σε εργασία στο περιοδικό Computational Biology προς μεγάλη μας έκπληξη.

Στη δεύτερη [12] κάτω από τις ίδιες συνθήκες μελετήσαμε την περίπτωση των επικαλυπτόμενων εμφανίσεων και σ' εκείνην την περίπτωση το αποτέλεσμα που μας είχε γίνει γνωστό δεν μπορούσε να εφαρμοστεί. Έτσι μέρος της μαθηματικής ανάλυσης της πρώτης και επιπλέον συνδυαστικά κυρίως επιχειρήματα μας οδήγησαν σε ένα δεύτερο οριακό θεώρημα κατανομής Polya-Aeppli (Σύνθετης Poisson με Γεωμετρική κατανομή).

Στην τρίτη εργασία [13] (2001) (με συν-συγγραφείς τον Σ. Παπασταυρίδη και την Ευτυχία Βαγγελάτου) μελετήθηκε το εξής πολύ πιο γενικό μοντέλο: Κατ' αρχήν υποθέσαμε ότι οι λέξεις παράγονται από μια ομογενή Μαρκοβιανή αλυσίδα  $\{X_1, \dots, X_n\}, n = 1, 2, \dots$  με πεπερασμένο χώρο καταστάσεων τον  $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_q\}, q \geq 2$ . Επιπλέον, θεωρήσαμε ένα πεπερασμένο σύνολο από λέξεις (words πλέον) στις οποίες επιτρέπαμε αυτοεπικάλυψη και επικάλυψη μεταξύ τους.

Μελετήθηκαν οι πιθανότητες συγκεκριμένων ενδεχομένων και αντί οριακού θεωρήματος προσδιορίστηκε φράγμα από την κατανομή Poisson. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος του Charls M. Stein (1920-1916) (on Total Variation Distance) [16] και ειδικότερα η εργασία του μαθητή του Louis Chen [17].

## Παράδειγμα Μαρκοβιανής Αλυσίδας με χώρο καταστάσεων το Γενετικό Αλφάβητο



### Πιθανότητες μεταπήδησης

$$P(X_2 = A | X_1 = A) = 0,1$$

$$P(X_2 = G | X_1 = A) = 0,3$$

$$P(X_2 = T | X_1 = A) = 0,4$$

$$P(X_2 = C | X_1 = A) = 0,2$$

Τη δεκαετία του '90 πολλοί ερευνητές χρησιμοποιώντας τη γενική μέθοδο του Stein που αφορούσε στην Κανονική κατανομή τη γενίκευσαν για πολλές άλλες κατανομές και η βιβλιογραφία τόσο θεωρητική όσο και εφαρμοσμένη υπήρξε πλούσια και συνεχίζεται.

Στα πλαίσια αυτά εντάσσονται οι εργασίες [14] (2001), (συν-συγγραφέας ο A. D. Barbur) και [15] (2001), (συν-συγγραφείς ο A. D. Barbur και η Ε. Βαγγελάτου).

Οι εργασίες που αναφέραμε έχουν χρησιμοποιηθεί και σε άλλες επιστημονικές περιοχές, οι οποίες σχετίζονται άμεσα ή έμμεσα με τη Βιολογία.

Την τελευταία δεκαετία έχουν χρησιμοποιηθεί σε προβλήματα βιολογίας τα μοντέλα πιθανοτήτων:

### **Hidden Markov Chains και Semi-Markov Chains**

Κατά τη γνώμη μας σύντομα θα εμφανιστούν εφαρμογές σε παρόμοιες μελέτες των **Discrete Time Semi-Markov Chains**.

Από την αναφορά [18] της βιβλιογραφίας,

Levin S, editor. Mathematics and biology: The interface. Challenges and opportunities. Lawrence Berkeley Laboratory Pub-701. Berkeley (California): University of California; 1992.

Available: <http://www.bio.vu.nl/nvtb/Contents.html> via the Internet.

Accessed 20 October 2004.

παρουσιάζουμε τους κλάδους των μαθηματικών που ήδη έχουν παίξει σημαντικό ρόλο στη βιολογία:

**Statistics and Stochastic Processes**

**Dynamical Systems Theory**

**Nonlinear Partial Differential and Functional Equations**

**Classical Analysis**

**Topology and Geometry**

## 5. Μία πρόταση προς την ΕΜΕ

Έχοντας υπόψη όλα τα παραπάνω νομίζουμε ότι αξίζει να αγγίξουμε και το θέμα: «Η διδασκαλία των Βιομαθηματικών στη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση». Στις ΗΠΑ ήδη υπάρχει σχετική ερευνητική δραστηριότητα και έντονος προβληματισμός προς αυτήν την κατεύθυνση. Οι αναφορές [19] και [20] αφορούν σ' αυτήν την προοπτική. Η πρώτη είναι ένα βιβλίο που εκδόθηκε σε συνεργασία με την AMS (American Mathematical Society) και DIMACS (**Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science**), (2011)



Η δεύτερη προέρχεται από ένα από κοινού πρόγραμμα των The BioMath Connection (BMC) και Integrating Mathematics and Biology (IMB) προβαλλόμενο από την COMAP (Consortium for Mathematics and Its Applications) (2015).

Και οι δύο αυτές αναφορές παρέχουν σύγχρονη και πολύτιμη σχετική βιβλιογραφία και απευθύνονται, όπως αναφέρεται στην πρώτη, σε **«High school teachers, education specialists, graduate students, and research mathematicians interested in mathematics and biology education»**.

## Επίλογος

Τελειώνοντας, δεν μπορούσαμε να μη σκεφτούμε ότι ίσως κάποιος άλλος στοχαστής επιστήμονας όπως ο E. Wigner [7] έχει ήδη θέσει ερωτήματα ή αμφιβολίες που αφορούν στην αποτελεσματικότητα των μαθηματικών στα προβλήματα της βιολογίας. Μια μικρή έρευνα μας οδήγησε στο άρθρο του Arthur M. Lesk, “The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Molecular Biology”, *Mathematical Intelligencer*; Spring 2000, Vol. 22 Issue 2, p28 [21].

Ο Lesk εκπόνησε το διδακτορικό του στο πανεπιστήμιο του Princeton, εργάστηκε στο πανεπιστήμιο του Cambridge και υπήρξε ένας από τους ιδρυτές του προγράμματος «Biocomputing Programme at the European Molecular Biology Laboratory in Heidelberg. Τώρα είναι καθηγητής Βιοχημείας στο πανεπιστήμιο Pennsylvania State της Αμερικής.

Σύμφωνα με το πολύ σύντομο βιογραφικό του η εκπαίδευση και η καριέρα του τον οδήγησε στα εξής συμπεράσματα:

Για να κατανοήσεις βιολογία πρέπει να γνωρίζεις χημεία.

Για να κατανοήσεις χημεία πρέπει να γνωρίζεις φυσική.

Για να κατανοήσεις φυσική πρέπει να γνωρίζεις μαθηματικά.

Γι' αυτό καλό είναι **να αρχίσεις από μαθηματικά** και μετά να προχωρήσεις τις σπουδές σου στους επόμενους κλάδους.

Η εργασία στηρίζεται σε μια ομιλία που έδωσε στο:

«The final symposium of the program, "Biomolecular Function and Evolution in the Context of the Genome Project," at The Isaac Newton Institute for the Mathematical Sciences, Cambridge, U.K., 20 Dec. 1998.

Σύμφωνα με τον Lesk υπάρχει αμφιβολία για την αποτελεσματικότητα των μαθηματικών γιατί οι παρατηρήσεις στους ζωντανούς οργανισμούς είναι συνδυασμός των εξής:

### **Των νόμων της φυσικής και της χημείας Του μηχανισμού της εξέλιξης Ιστορικού ατυχήματος**

Επισημαίνει τη δυσκολία να κατατάξει κανείς τις επιδράσεις τους και οι τάσεις που δημιουργούνται μεταξύ τους διαχέονται στις έρευνες. Ενώ στη φυσική και χημεία έχουμε αρχικές συνθήκες, αυτό είναι δύσκολο να γίνει στη βιολογία και ο μεγάλος ρόλος του ιστορικού ατυχήματος εμποδίζει και ταπεινώνει. (hinders and humbles us)

(Ως «Ιστορικά Ατυχήματα» χαρακτηρίζονται, επιδημίες, ασθένειες κλπ. που είχαν ως αποτέλεσμα την εξαφάνιση ζωντανών οργανισμών. Επίσης, οι συνέπειες της οικολογικής καταστροφής, καθώς και θεωρίες βιολογικές, όπως εκείνη του Λυσένκο στην πρώην Σοβιετική Ένωση επί Στάλιν, της οποίας η εφαρμογή είχε οδυνηρά αποτελέσματα για τον πληθυσμό τεράστιων περιοχών.)

Υποστηρίζει ότι οι περιοχές στις οποίες προσπαθούμε να εφαρμόσουμε μαθηματικά είναι οι ακόλουθες:

**Ακολουθίες γονιδίων DNA**

**Ακολουθίες αμινοξέων πρωτεϊνών**

**Δομές πρωτεϊνών**

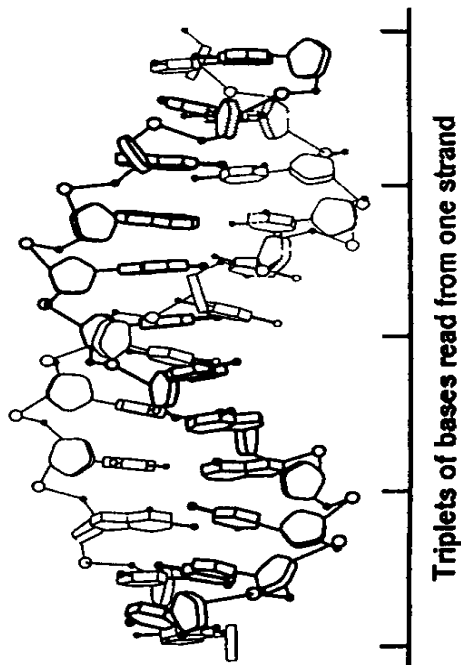
**Λειτουργίες πρωτεϊνών**

Τα σχέδια που περιέχει το DNA για να δημιουργηθεί ένας ζωντανός οργανισμός μας δίνουν μια **στατική** περιγραφή της δομής και της εν δυνάμει δραστηριότητας τους. Οι παρατηρήσεις μας για έναν οργανισμό πρέπει να διερευνηθούν **στο χρόνο και στο χώρο**. Η συλλογή τέτοιων δεδομένων είναι γνωστή ως «**proteome project**» και είναι μια συγκέντρωση δυναμικής του ρόλου της «**post-genomic**» εποχής. (Η πρώτη εποχή είναι η **genomic**.)

A Sequence of Bases  
in DNA

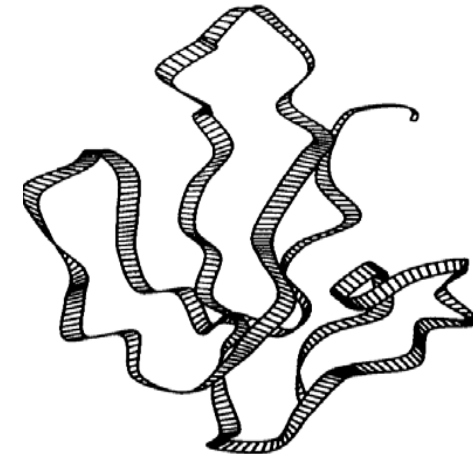
Is Translated to a  
Sequence of  
Amino Acids in a  
Protein...

Which Folds  
Spontaneously to a  
Precise Three-  
Dimensional Structure



Three Bases			
UUU F	UCU S	UAU Y	UGU C
UUC F	UCC S	UAC Y	UGC C
UUA L	UCA S	UAA "EOF"	UGA "EOF"
UUG L	UCG S	UAG "EOF"	UGG W
CUU L	CCU P	CAU H	CGU R
CUC L	CCC P	CAC H	CGC R
CUA L	CCA P	CAA Q	CGA R
CUG L	CCG P	CAG Q	CGG R
AUU I	ACU T	AAU N	AGU S
AUC I	ACC T	AAC N	AGC S
AUA I	ACA T	AAA K	AGA R
AUG M	ACG T	AAG K	AGG R
GUU V	GCU A	GAU D	GGU G
GUC V	GCC A	GAC D	GGC G
GUA V	GCA A	GAA E	GGA G
GUG V	GCG A	GAG E	GGG G

One Amino Acid



[21]

Παρά τις αρίφνητες δυσκολίες που εμφανίζονται, όσο η επιστήμη προχωρά θεμελιωμένη με το αίτημα της αντικειμενικότητας συνεχώς προσφέρει στους ανθρώπους. Άλλους τους ευεργετεί και γαληνεύει και σε άλλους ανοίγει ένα αβυσσαλέο βάραθρο σύμφωνα με τον Ζακ Μονό στο κεφάλαιο του βιβλίου του «Το Βασίλειο και τα Ερέβη».

Ο καθένας μας, αν θέλει, μπορεί να στοχαστεί και ίσως βρει την εντελώς προσωπική εσωτερική ισορροπία του ως προς αυτά τα θέματα.

Ο αγώνας των επιστημόνων για την αναζήτηση της άπιαστης αλήθειας συνεχίζεται ακατάπαυστα ως βασικό στοιχείο της ανθρώπινης οντότητας όπως επεσήμανε ο Φώτης Καφάτος. Για το λόγο αυτό κλείνουμε αυτήν τη στοιχειώδη παρουσίαση της σχέσης των Μαθηματικών με τη Βιολογία χρησιμοποιώντας τα λόγια του.

**«Αν ο επιστήμονας δεν διακρίνεται από ταπεινότητα,  
είναι ψεύτης».**



## Βιβλιογραφία

1. [www.damtp.cam.ac.uk/user/tf227/tziotzios.pdf](http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tf227/tziotzios.pdf)
2. Watson J.D. and Crick F.H.C., «A Structure for Deoxyribose Nucleic Acid», *Nature* **171**, 737-738, 1953.
3. Ζακ Μονό, « Η Τύχη και η Αναγκαιότητα», εκδόσεις Ράππα, 1971.
4. Richard Dawkins, «Το εγωιστικό γονίδιο», πρώτη Αγγλική έκδοση 1976, 30<sup>η</sup> έκδοση, Κάτοπτρο, 2010.
5. Stanjer, R.Y., «Obituary», *Journal of General Microbiology* (1977), 101, 1-12, 1977.
6. Yule, G. U.; Filon, L. N. G. "Karl Pearson. 1857-1936". Obituary, *Notices of Fellows of the Royal Society*, 2 (5): 72–110, 1936. JSTOR 769130.doi:10.1098/r\_sbm.1936.0007
7. Wigner E. P., «The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences», *Communications on pure and applied Mathematics*, Vol. XIII, 001-14, 1960.

8. Joel E. Cohen, «Mathematics is Biology's Next Microscope, Only Better; Biology is Mathematics' Next Physics, Only Better», *PLoS Biology*. **2** (12), 2012.
9. Michael S. Waterman, «Introduction to Computation Biology – Maps, sequences and genomes», Chapman & Hall, 1995
10. Lothaire, M., Applied Combinatorics on Words, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, **105**, Cambridge University Press, 2005.
11. Chryssaphinou, O. and Papastavridis, S. A limit theorem for the number of nonoverlapping occurrences of a pattern in a sequence of independent trials, *J. Appl. Probab.*, *25*, 428–431, 1988a .
12. Chryssaphinou, O. and Papastavridis, S. A limit theorem on the number of overlapping appearances of a pattern in a sequence of independent trials, *Probab. Theory Related Fields*, *79*, 129–143, 1988b.
13. Chryssaphinou, O., Papastavridis, S., and Vaggelatou, E., Poisson approximation for the non-overlapping appearances of several words in Markov chains, *Combin. Probab. Comput.*, *10*, 293–308, 2001.
14. Barbour, A. D. and Chryssaphinou, O., Compound Poisson approximation: a user's guide *Ann in Appl Probab* *11* 964–1002 2001

**15.** Barbour, A. D., Chryssaphinou, O., and Vaggelatou, E., Applications of compound Poisson approximation, In Charalambides, C. A., Koutras, M. V., and Balakrishnan, N. (Eds.), *Probability and Statistical Models with Applications*, pp. 41–62. Chapman and Hall, 2001.

**16.** Charls M. Stein, «A bound for the error in the normal approximation to the distribution of a sum of dependent random variables», Sixth Berkeley Stanford Symposium, pages 583-602, 1972.

**17.** Chen Louis, Poisson approximation for dependent trials. *Ann. Probab.* **3**, 534-545, 1975.

**18** Levin S., editor. Mathematics and biology: The interface. Challenges and opportunities. Lawrence Berkeley Laboratory Pub-701. Berkeley (California): University of California; 1992.

Available:<http://www.bio.vu.nl/nvtb/Contents.html> via the Internet. Accessed 20 October 2004.

19. «BioMaths in Schools», M. B. Cozzencs and F. S. Roberts (Eds.), DIMACS and AMS, Vol. 76, 2011.
20. <http://www.comap.com/undergraduate/projects/biomath/index.html>  
<http://www.comap.com/timeline.html> , 2015.
21. Arthur M. Lesk, “The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in Molecular Biology”, Mathematical Intelligencer; Spring 2000, Vol. 22 Issue 2, p28.

**Σας ευχαριστώ  
για την παρουσία και την προσοχή σας**