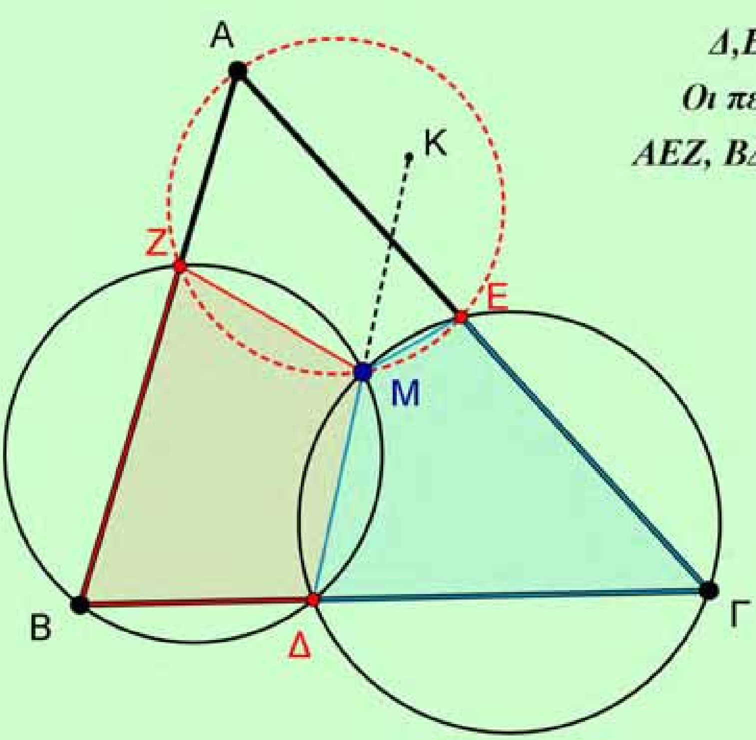
ΒΑΣΙΚΑ ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

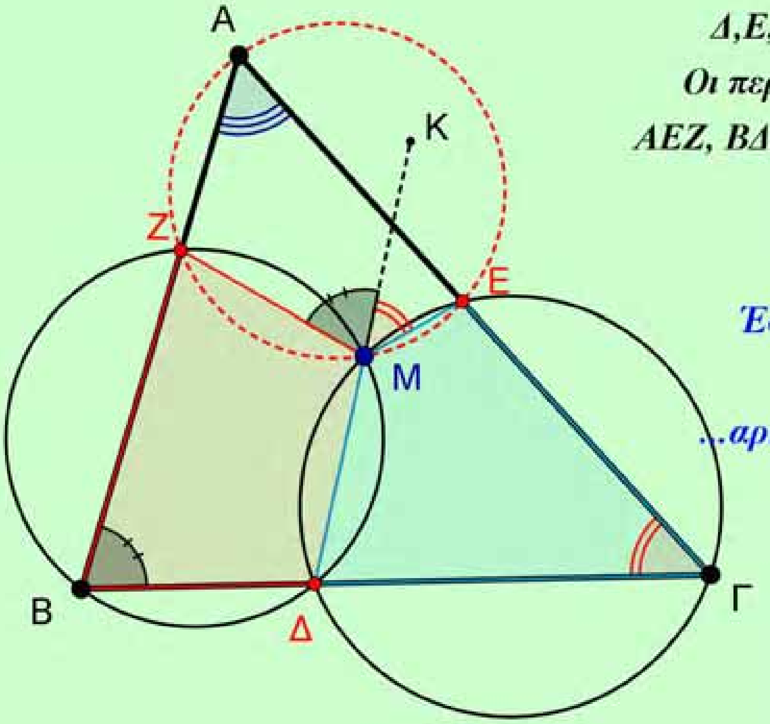
Σημείο Miquel Τριγώνου.



Δ,Ε,Ζ σημεία στις πλευρές τριγώνου.
Οι περιγεγραμμένοι κύκλοι των τριγώνων
ΑΕΖ, ΒΔΖ και ΓΔΕ περνάνε από το ίδιο σημείο.

Υπόδειξη

Σημείο Miquel Τριγώνου (Υ).

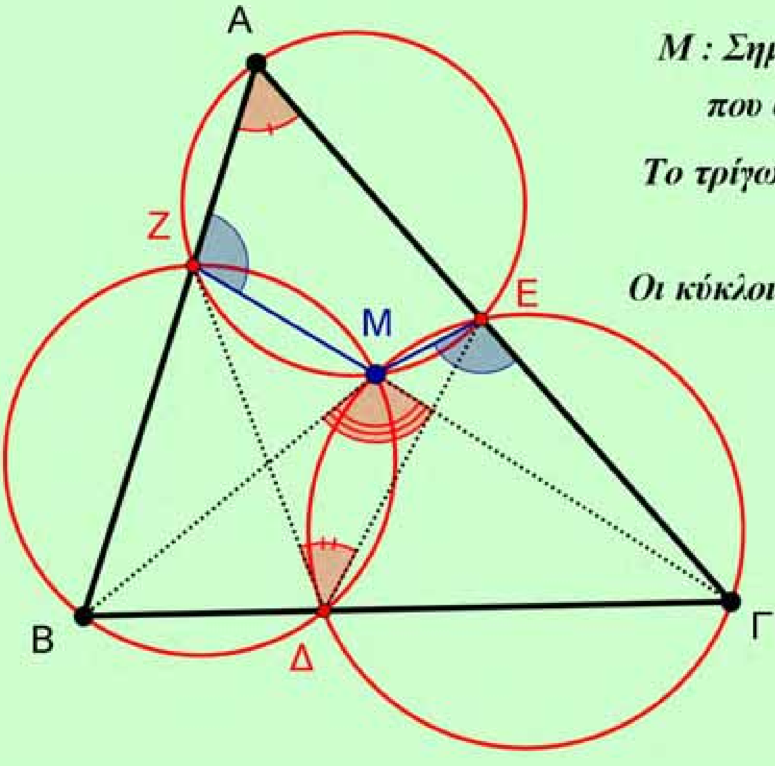


Δ,Ε,Ζ σημεία στις πλευρές τριγώνου.
Οι περιγεγραμμένοι κύκλοι των τριγώνων
ΑΕΖ, ΒΔΖ και ΓΔΕ περνάνε από το ίδιο σημείο.

Υπόδειξη

Έστω Μ το σημείο τομής των κύκλων
Β,Δ,Ζ και Γ,Δ,Ε...
...αρκεί να αποδείξουμε ότι ΑΕΜΖ εγγράψιμο.

Σημείο Miquel Τριγώνου 1.



Μ : Σημείο Miquel για την τριάδα Δ,Ε,Ζ,
που αντιστοιχεί στο τρίγωνο ΑΒΓ.
Το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ένα τρίγωνο Miquel
του σημείου Ρ.
Οι κύκλοι (c_1), (c_2), (c_3) λέγονται κύκλοι Miquel.

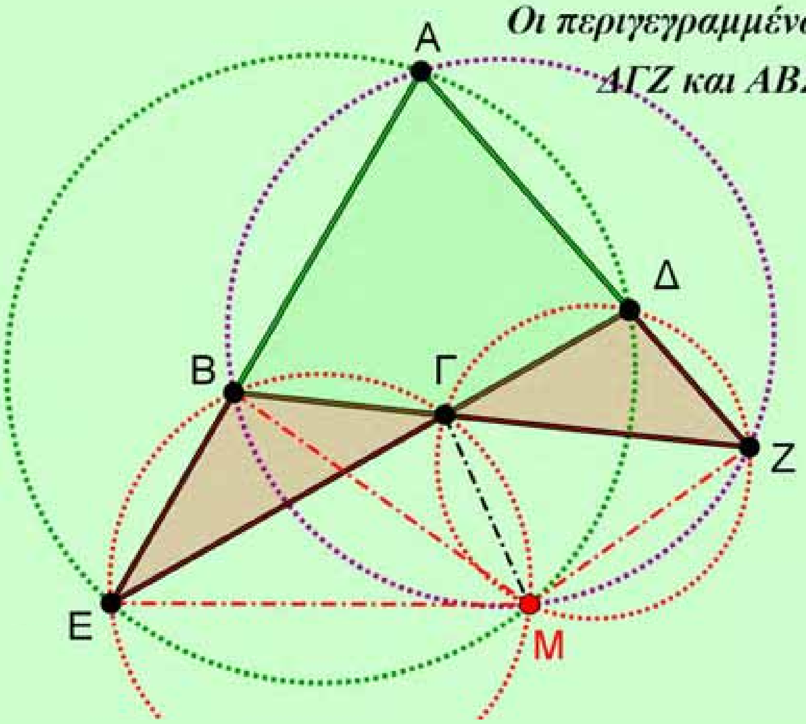
Οι ΜΔ, ΜΕ και ΜΖ σχηματίζουν ίσες γωνίες (με τις αντίστοιχες πλευρές).

Τα τρίγωνα Miquel, που αντιστοιχούν στο σημείο Μ, είναι όμοια μεταξύ τους.

Σημείο Miquel Πλήρους Τετραπλεύρου.

Οι περιγεγραμμένοι κύκλοι των τριγώνων ΕΒΓ,ΕΑΔ, ΔΓΖ και ΑΒΖ περνάνε από το ίδιο σημείο.

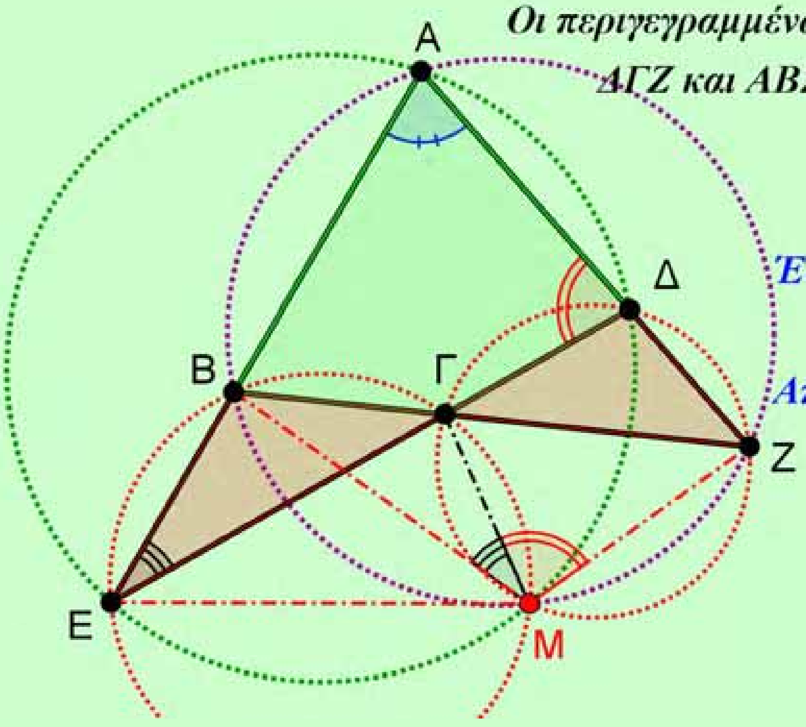
Υπόδειξη



Σημείο Miquel Πλήρους Τετραπλεύρου (Υ).

Οι περιγεγραμμένοι κύκλοι των τριγώνων ΕΒΓ,ΕΑΔ, ΔΓΖ και ΑΒΖ περνάνε από το ίδιο σημείο.

Υπόδειξη

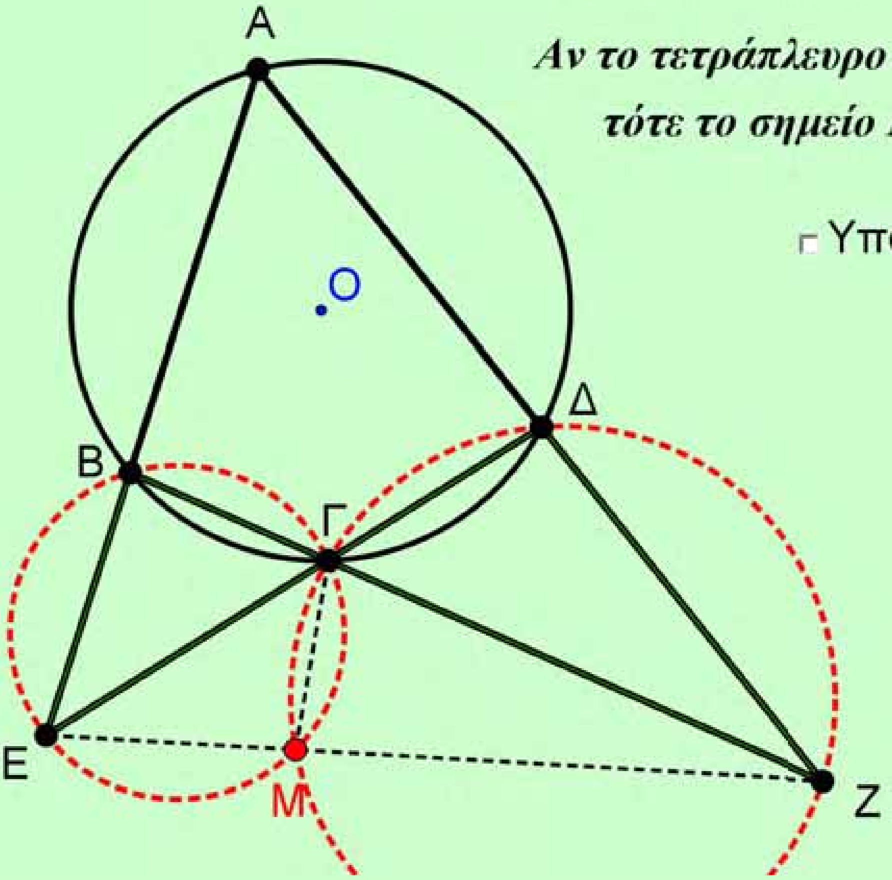


Έστω Μ το σημείο τομής των κύκλων Β,Γ,Ε και Δ,Γ,Ζ.
Αποδεικνύουμε ότι τα τετράπλευρα ΑΒΜΖ και ΑΔΜΕ είναι εγγράψιμα.

Σημείο Miquel 1.

Αν το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγράψιμο τότε το σημείο Μ ανήκει στην ΕΖ.

Υπόδειξη

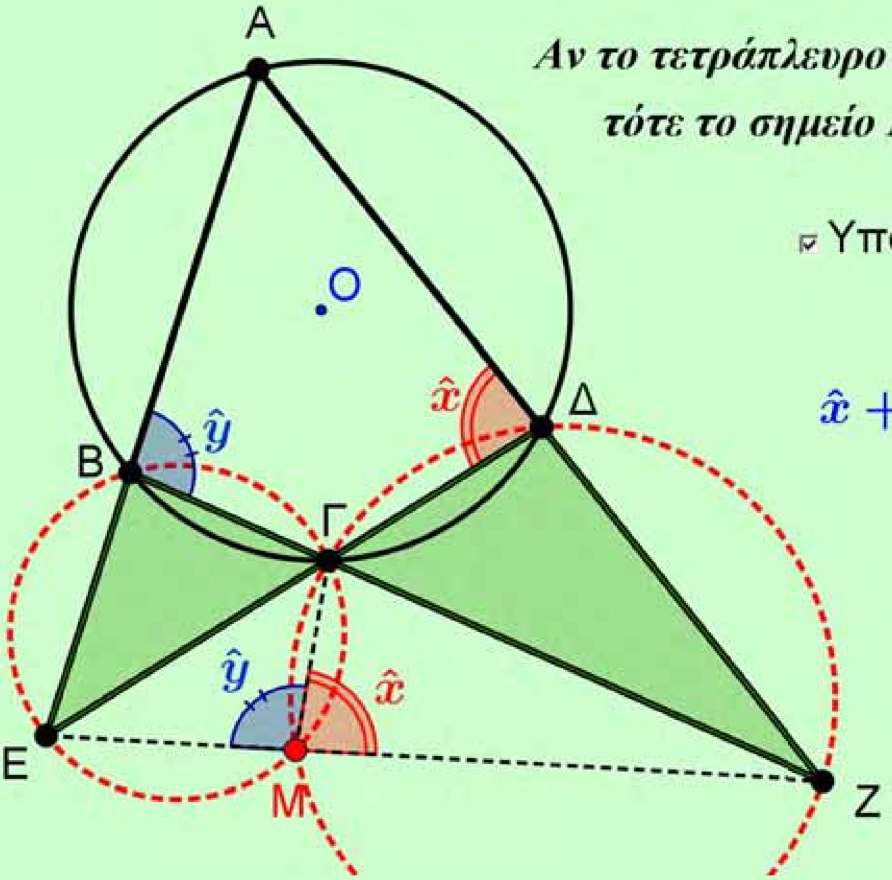


Σημείο Miquel 1 (Υ).

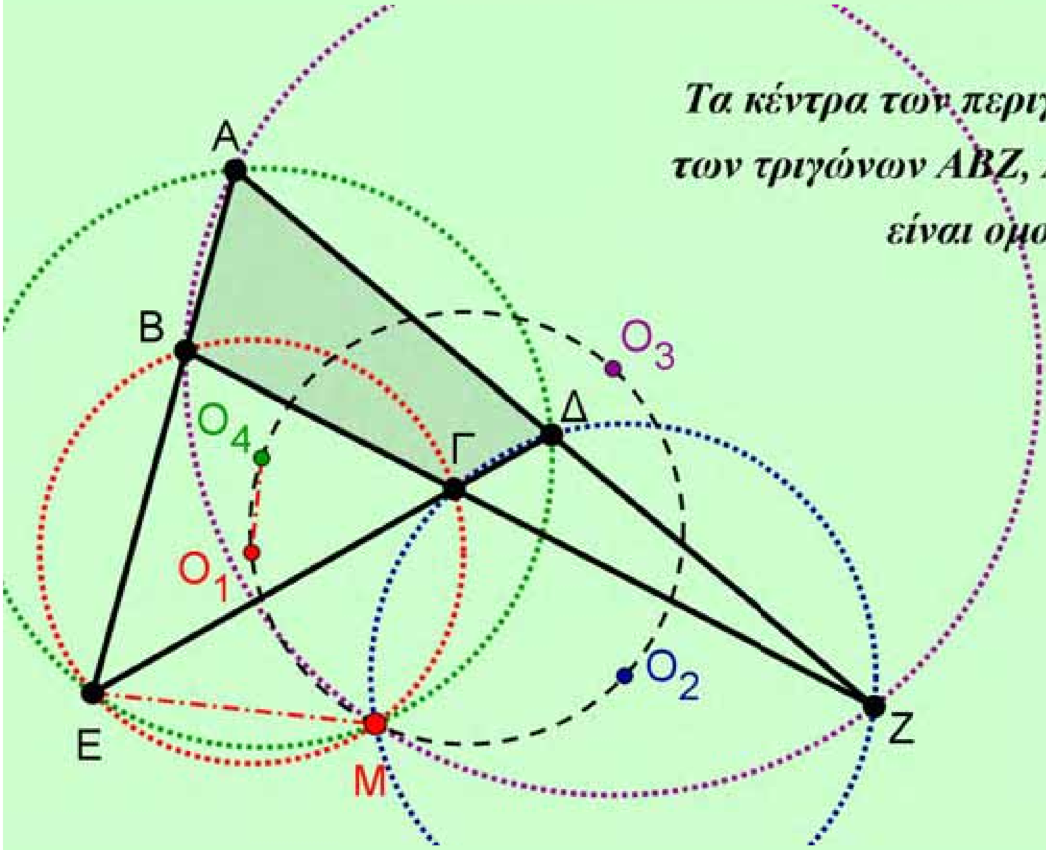
Αν το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι εγγράψιμο τότε το σημείο Μ ανήκει στην ΕΖ.

Υπόδειξη

$$\hat{x} + \hat{y} = 180^o$$

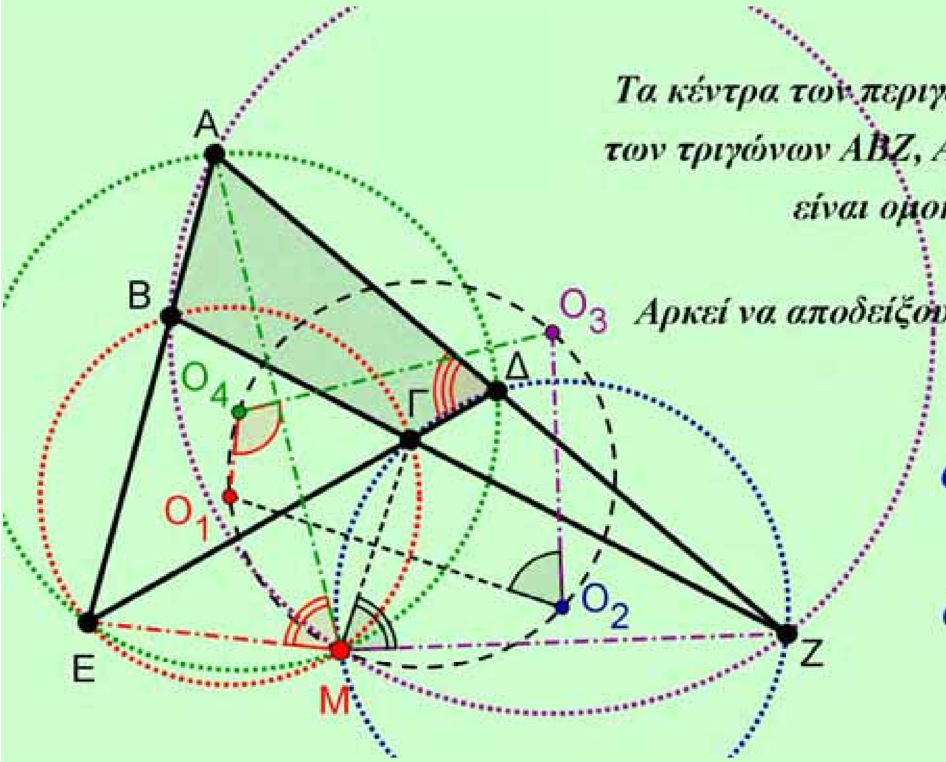


Σημείο Miquel 2.



Τα κέντρα των περιγεγραμένων κύκλων των τριγώνων ΑΒΖ, ΑΔΕ, ΒΓΕ και ΓΔΖ, είναι ομοκυκλικά.

Σημείο Miquel 2 (Υ).



Τα κέντρα των περιγεγραμένων κύκλων των τριγώνων ΑΒΖ, ΑΔΕ, ΒΓΕ και ΓΔΖ, είναι ομοκυκλικά.

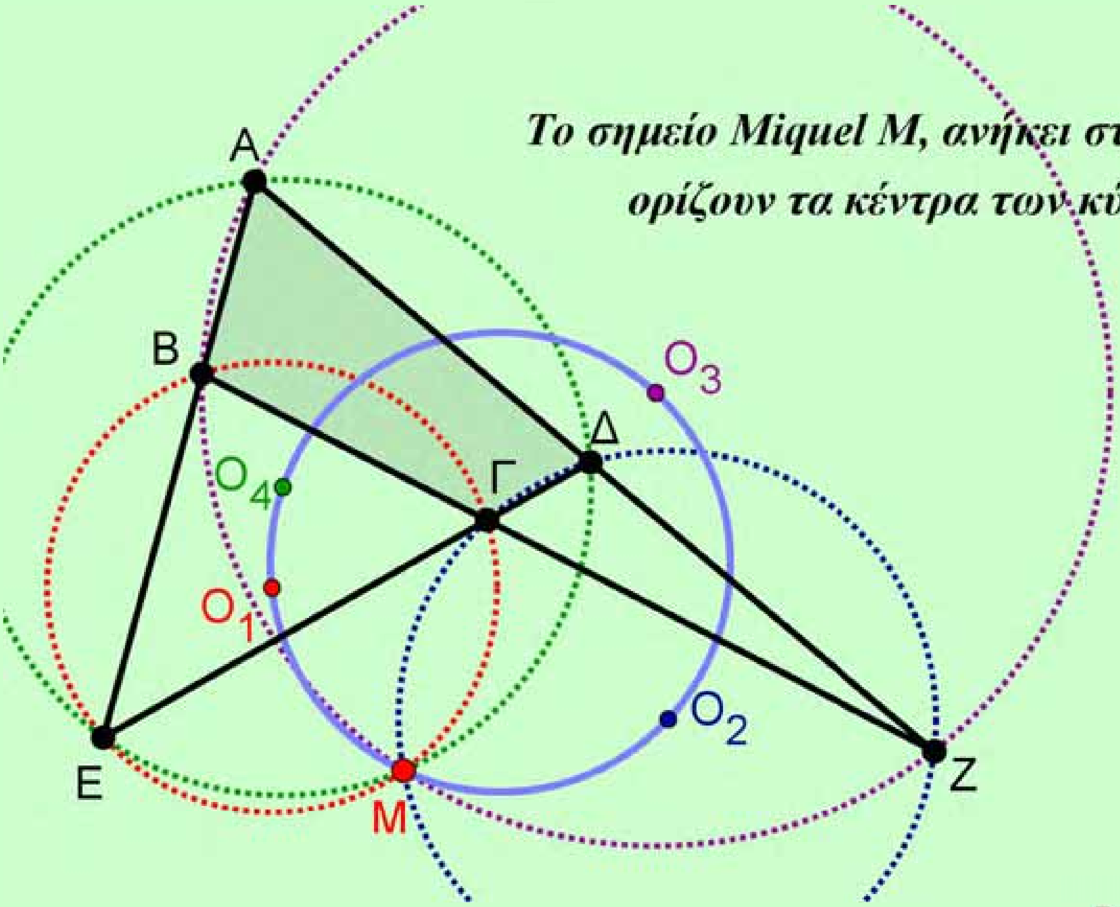
Αρκεί να αποδείξουμε ότι: $\hat{O}_2 + \hat{O}_4 = 180^\circ$

$O_1O_2 \perp M\Gamma$ $\qquad$ $O_2O_3 \perp MZ$

$O_1O_4 \perp ME$ $\qquad$ $O_3O_4 \perp AM$

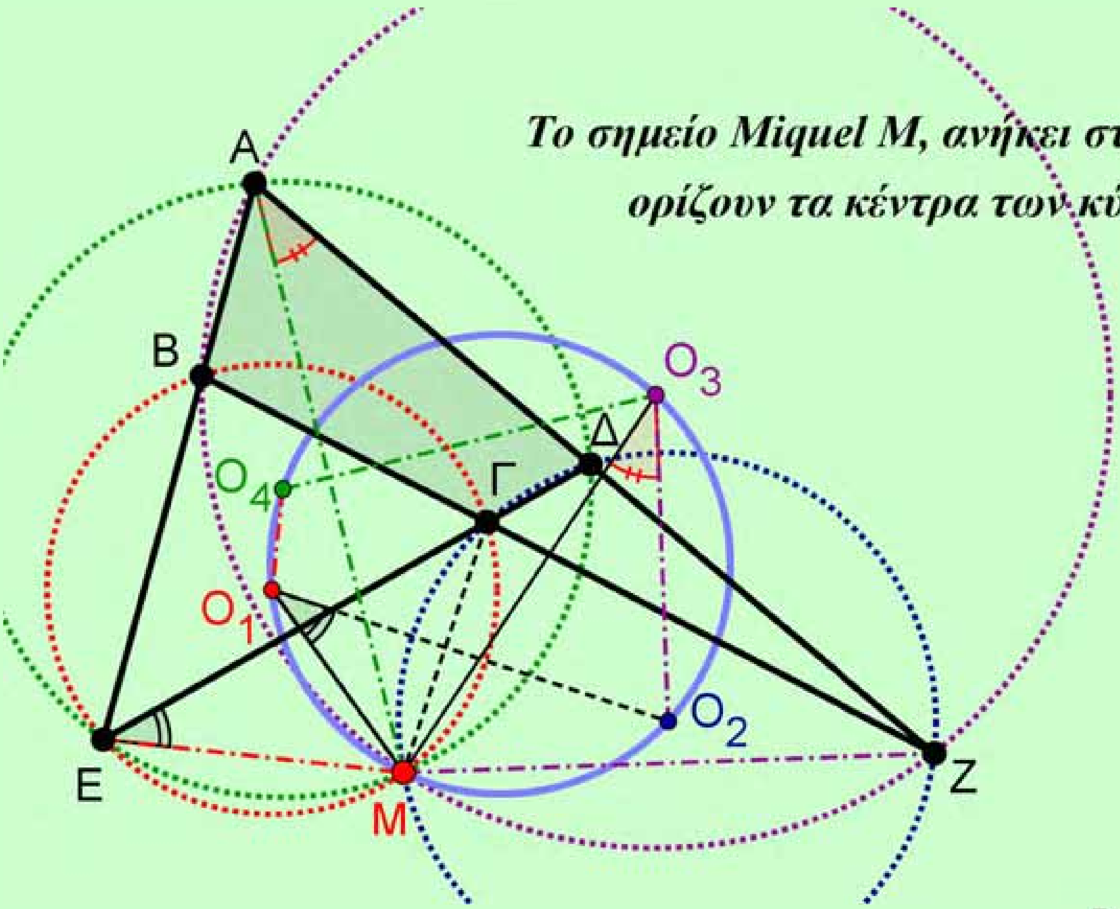
Σημείο Miquel 3.

Το σημείο Miquel M, ανήκει στον κύκλο που ορίζουν τα κέντρα των κύκλων.

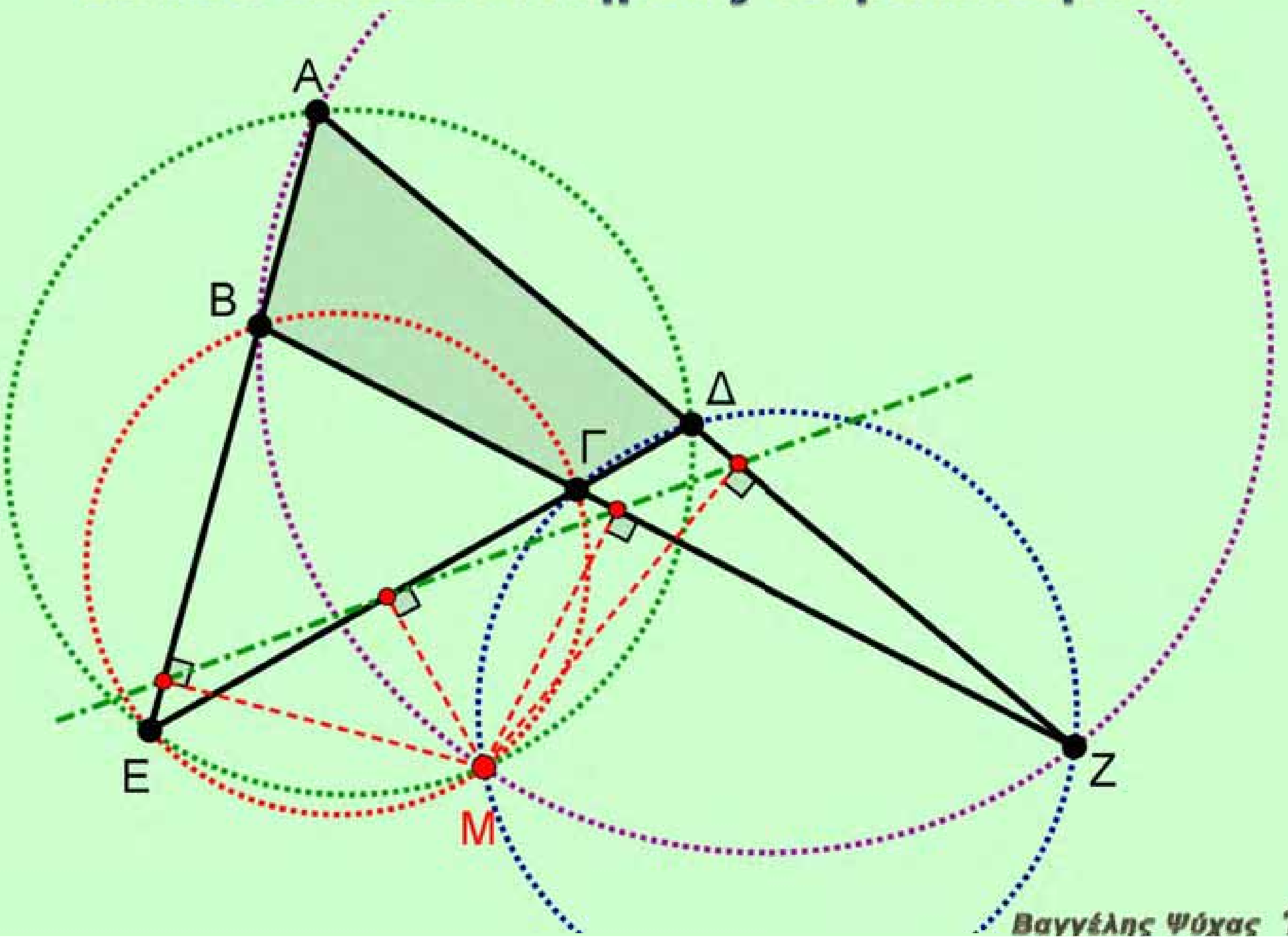


Σημείο Miquel 3 (Υ).

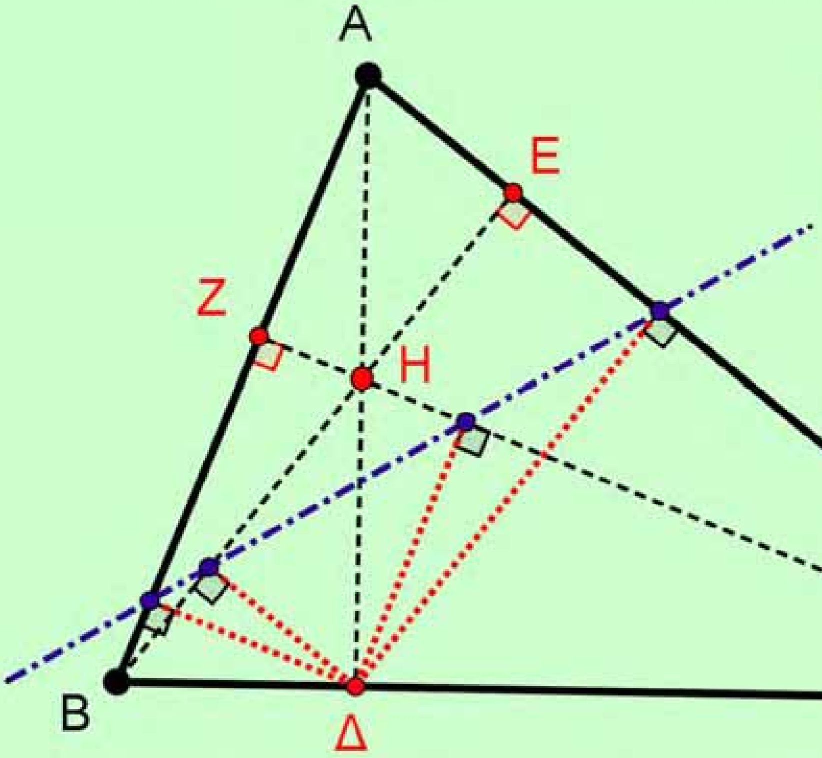
Το σημείο Miquel M, ανήκει στον κύκλο που ορίζουν τα κέντρα των κύκλων.



Ευθεία Simson Πλήρους Τετραπλεύρου.

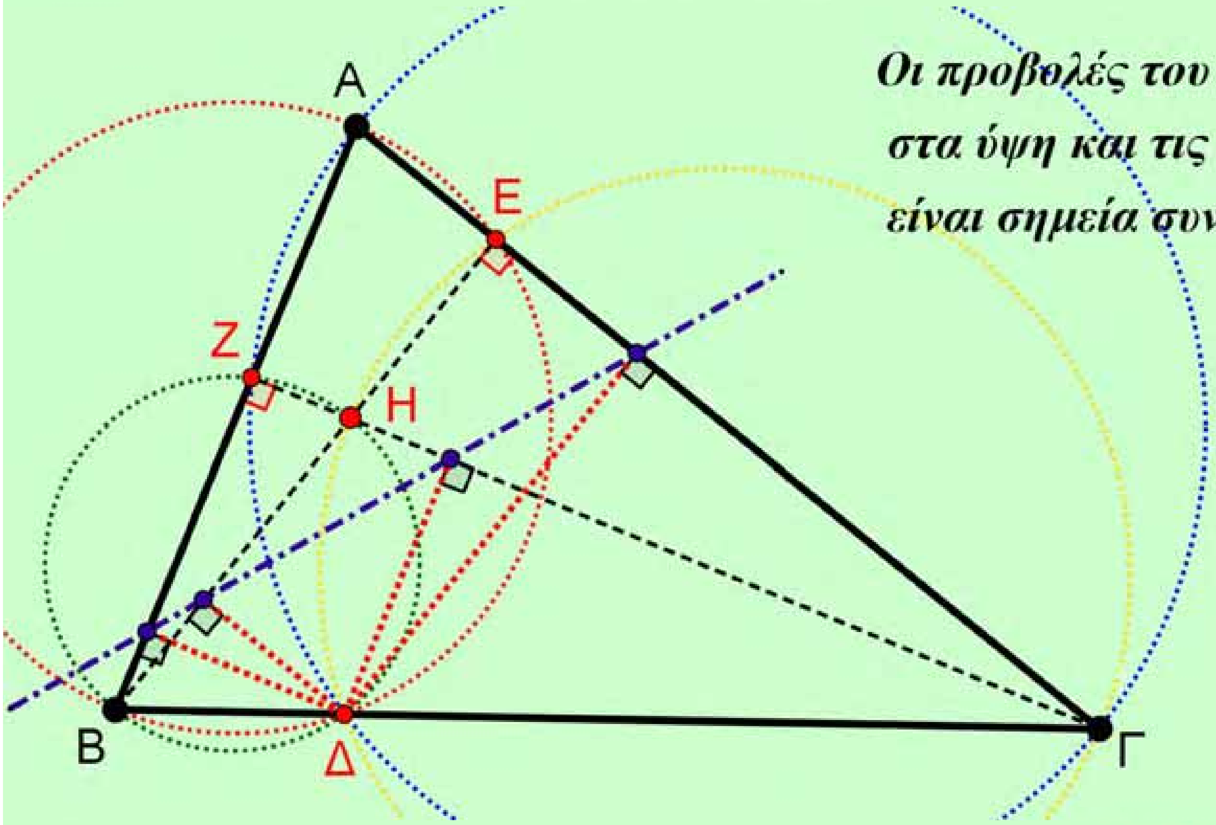


Ευθεία Simson Πλήρους Τετραπλεύρου (εφαρμογή).



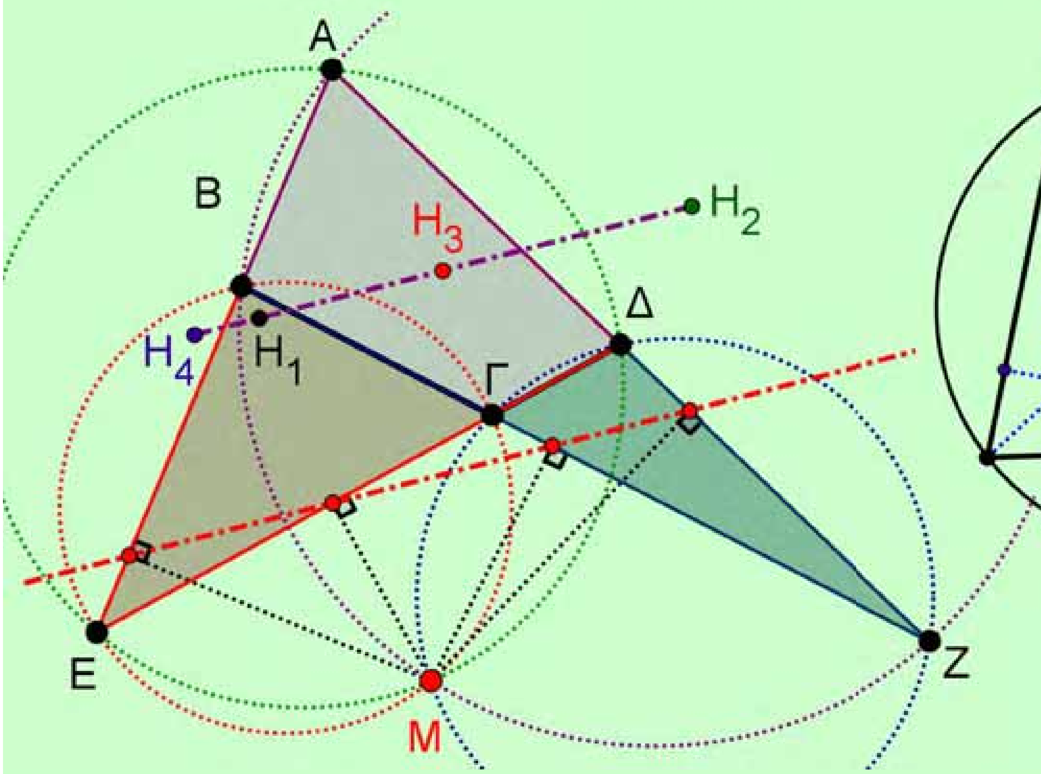
Οι προβολές του Δ επάνω στα ύψη και τις πλευρές είναι σημεία συνευθειακά.

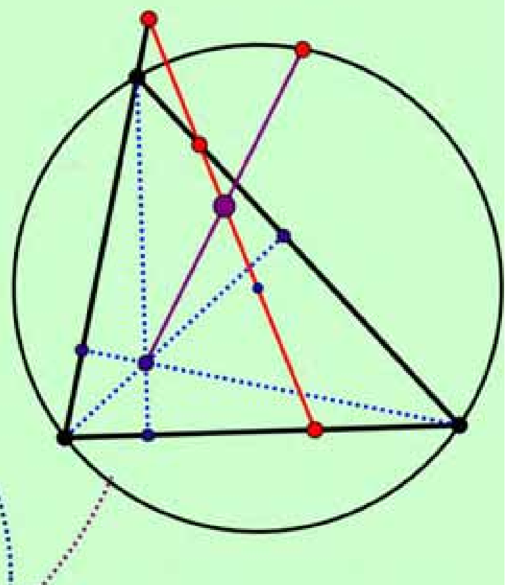
Ευθεία Simson Πλήρους Τετραπλεύρου (εφαρμογή) (Υ).



Οι προβολές του Δ επάνω στα ύψη και τις πλευρές είναι σημεία συνευθειακά.

Ευθεία Simson Πλήρους Τετραπλεύρου (Ευθεία AUBERT).





Εφαρμογή Miquel.

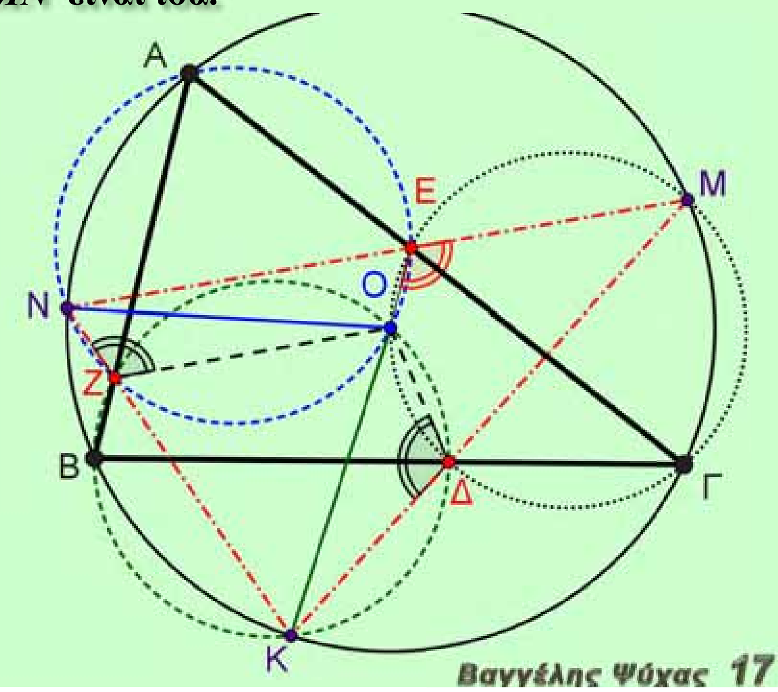
Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ εγγεγραμμένο σε κύκλο $c(O,R)$ και έστω $Δ$ τυχόν σημείο της πλευράς $ΒΓ$. Ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου $ΒΟΔ$ τέμνει τον κύκλο $c(O,R)$ στο σημείο $Κ$ και την $ΑΒ$ στο σημείο $Ζ$. Ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου $ΓΟΔ$ τέμνει τον κύκλο $c(O,R)$ στο σημείο $Μ$ και την $ΑΓ$ στο σημείο $Ε$. Τέλος ο περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου $ΑΕΖ$ τέμνει τον κύκλο $c(O,R)$ στο σημείο $Ν$. Αποδείξτε ότι τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΚΜΝ$ είναι ίσα.

Το σημείο *Miquel* του τριγώνου, ταυτίζεται με το περίκεντρο.

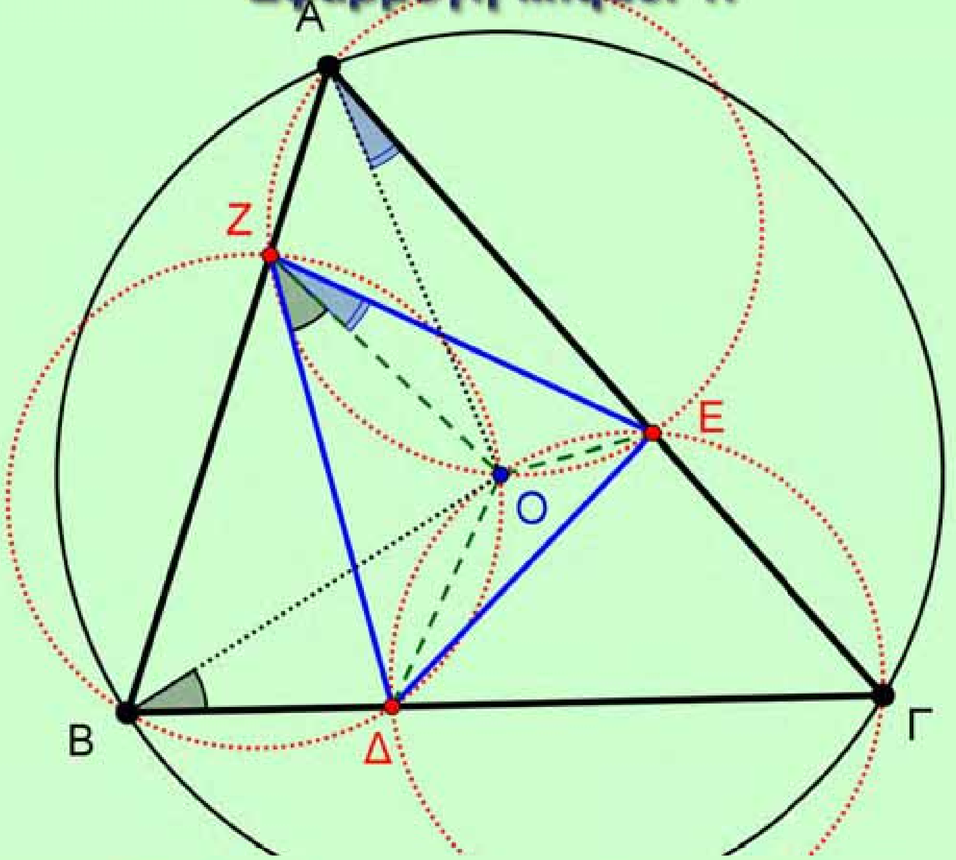
Οι περιγεγραμμένοι κύκλοι των τριγώνων *ΒΔΖ*, *ΓΔΕ* και *ΑΕΖ*, είναι ίσοι μεταξύ τους.

Τα τόξα *ΑΝ*, *ΒΚ* και *ΓΜ* είναι ίσα μεταξύ τους.

Το τρίγωνο *ΚΜΝ* προκύπτει από στροφή του τριγώνου *ΑΒΓ*.

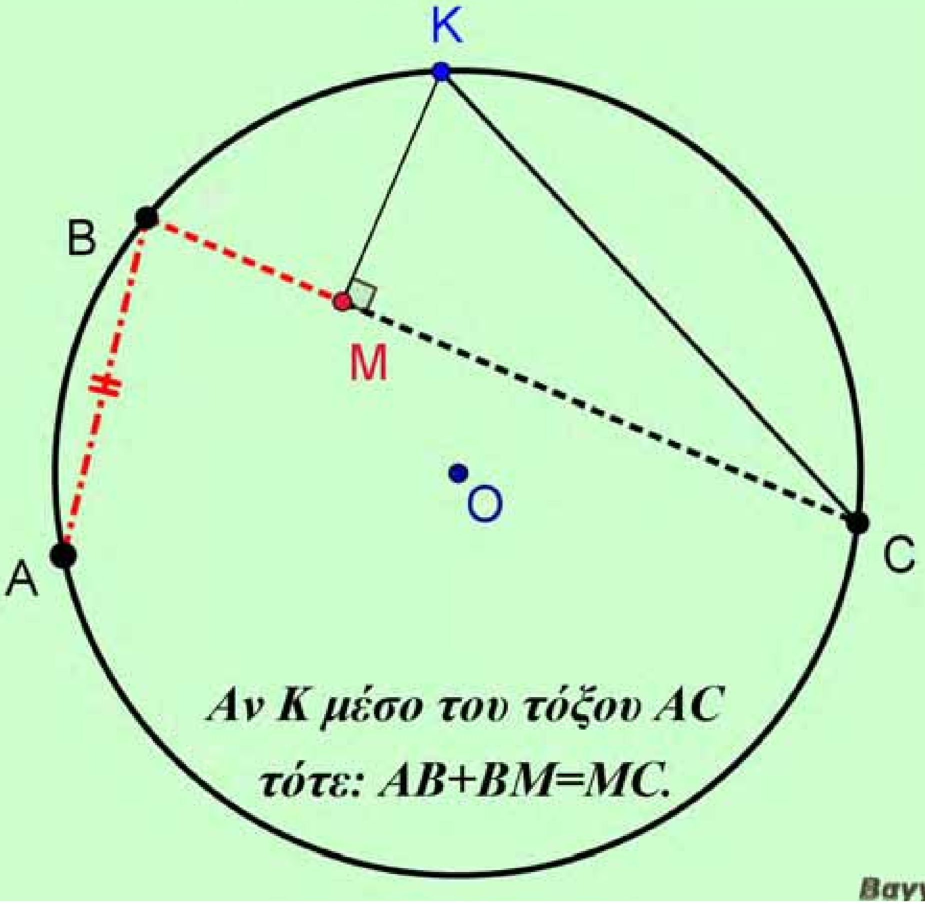


Εφαρμογή Miquel 1.



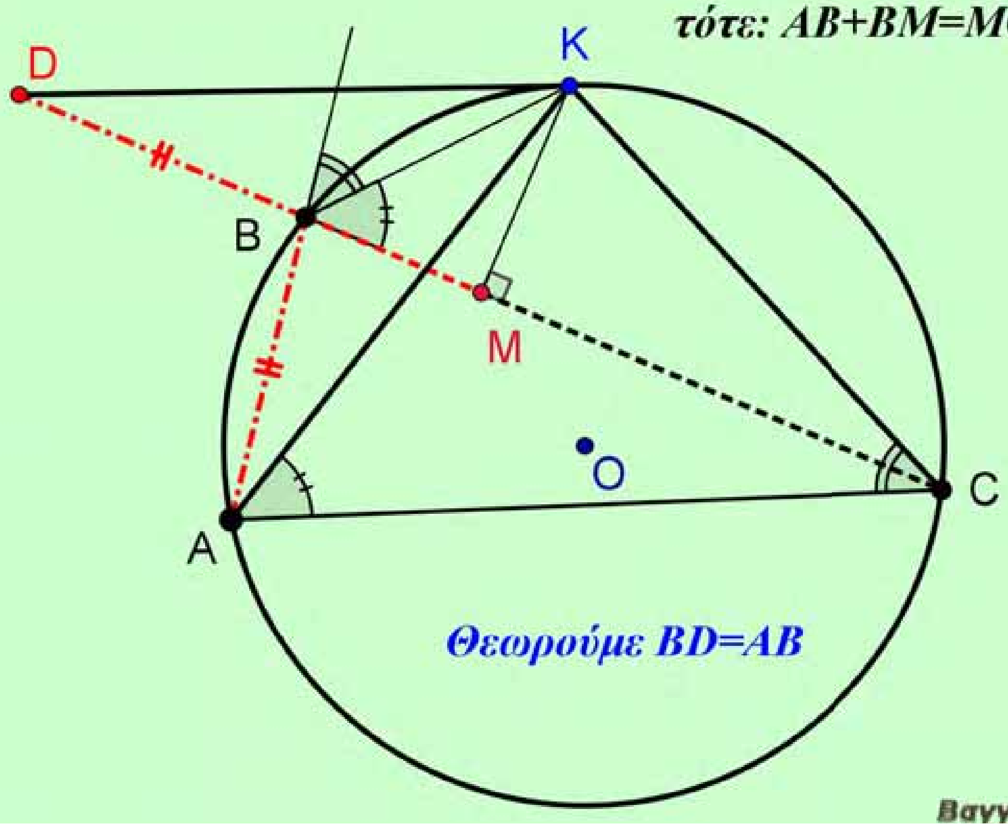
Το τρίγωνο *ΔΕΖ* είναι όμοιο με το τρίγωνο *ΑΒΓ* και το *Ο*, είναι ορθόκεντρο του τριγώνου *ΔΕΖ*.

Θεώρημα Σπασμένης Χορδής.



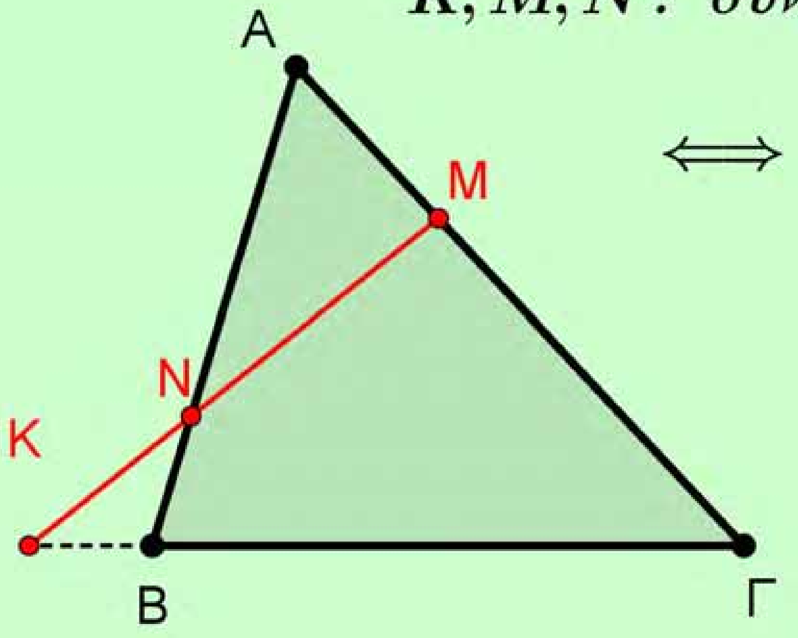
Θεώρημα Σπασμένης Χορδής (Υ).

Αν Κ μέσο του τόξου AC
τότε: AB+BM=MC.



Θεώρημα Μενελάου.

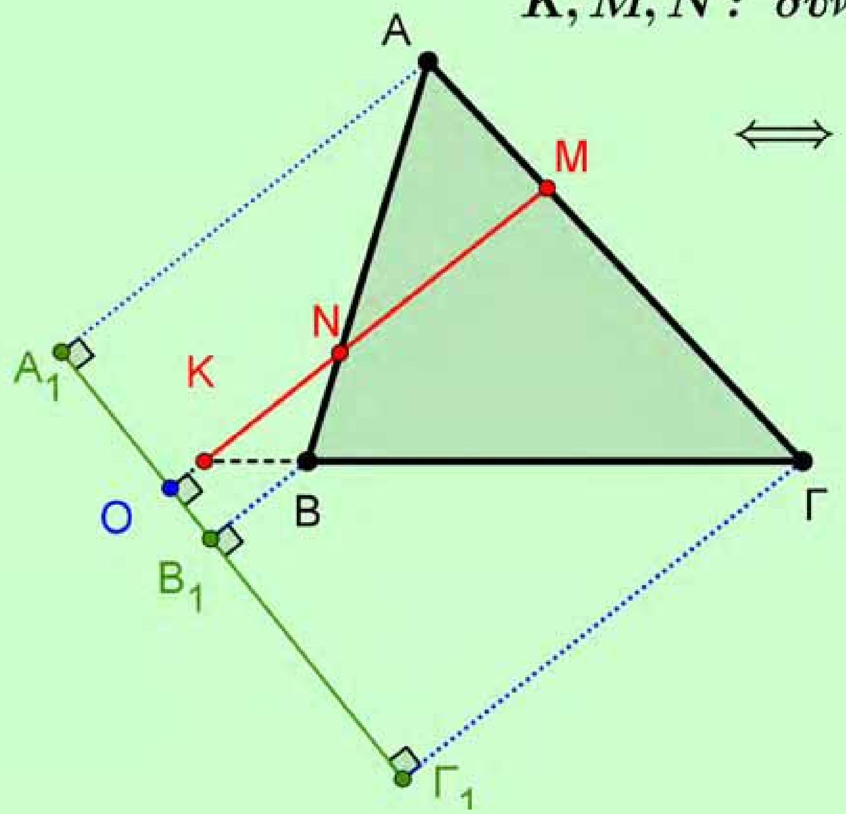
$$K, M, N: \ \textit{συνευθειακά} \iff$$



$$\iff \frac{KB}{K\Gamma} \cdot \frac{M\Gamma}{MA} \cdot \frac{NA}{NB} = 1$$

Θεώρημα Μενελάου (Υ).

$$K, M, N: \ \textit{συνευθειακά} \iff$$



$$\iff \frac{KB}{K\Gamma} \cdot \frac{M\Gamma}{MA} \cdot \frac{NA}{NB} = 1$$

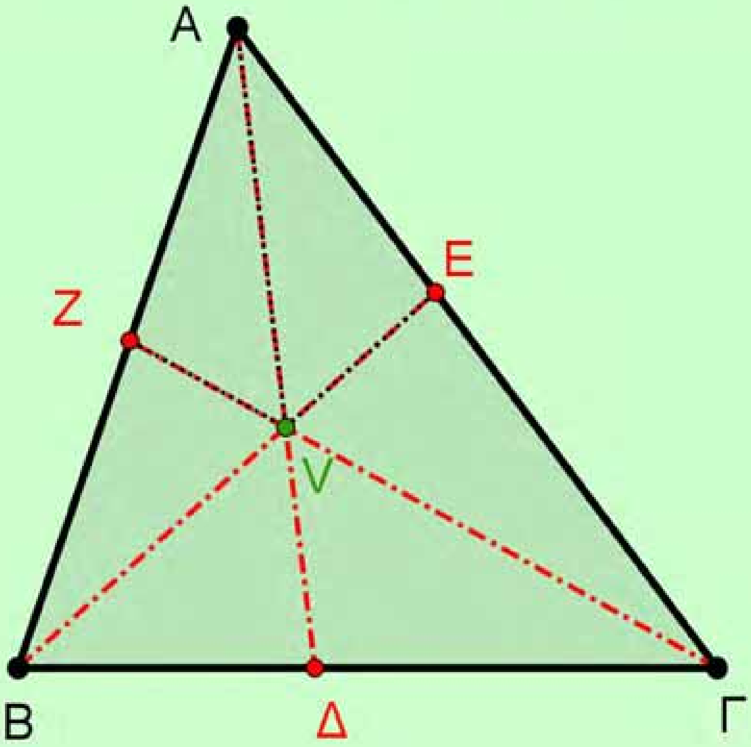
$$\frac{KB}{K\Gamma} = \frac{OB_1}{O\Gamma_1}$$

$$\frac{M\Gamma}{MA} = \frac{O\Gamma_1}{OA_1}$$

$$\frac{NA}{NB} = \frac{OA_1}{OB_1}$$

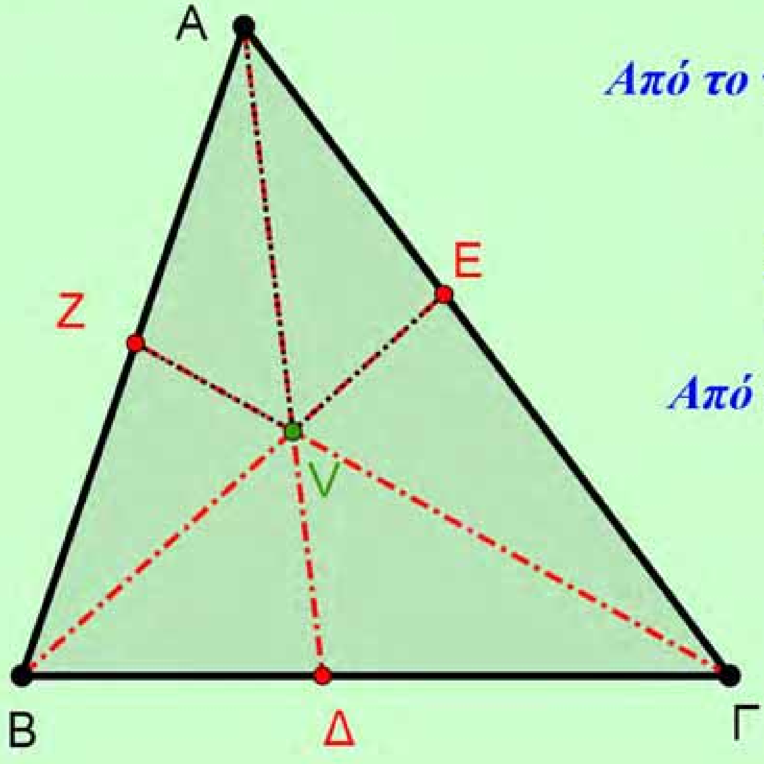
Θεώρημα Ceva.

$$A\Delta, BE, \Gamma Z \ \sigma\upsilon\nu\tau\varrho\acute{\epsilon}\chi o\upsilon\nu \iff \frac{\Delta B}{\Delta\Gamma}\cdot\frac{E\Gamma}{EA}\cdot\frac{ZA}{ZB}=1$$



Θεώρημα Ceva (Υ).

$$A\Delta, BE, \Gamma Z \ \sigma\upsilon\nu\tau\varrho\acute{\epsilon}\chi o\upsilon\nu \iff \frac{\Delta B}{\Delta\Gamma}\cdot\frac{E\Gamma}{EA}\cdot\frac{ZA}{ZB}=1$$



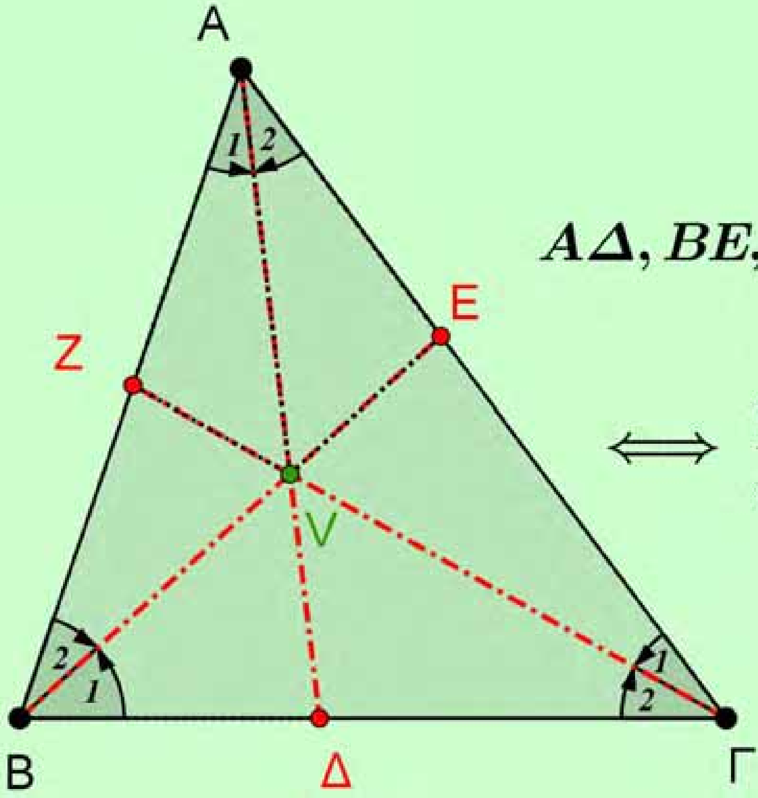
Από το τρίγωνο ΑΔΓ, με τέμνουσα τη ΒΕ, έχουμε:

$$\frac{B\Delta}{B\Gamma}\cdot\frac{E\Gamma}{EA}\cdot\frac{VA}{V\Delta}=1$$

Από το τρίγωνο ΑΔΒ, με τέμνουσα τη ΓΖ, έχουμε:

$$\frac{\Gamma B}{\Gamma\Delta}\cdot\frac{V\Delta}{VA}\cdot\frac{ZA}{ZB}=1$$

Τριγωνομετρική Μορφή (Θ.Ceva).

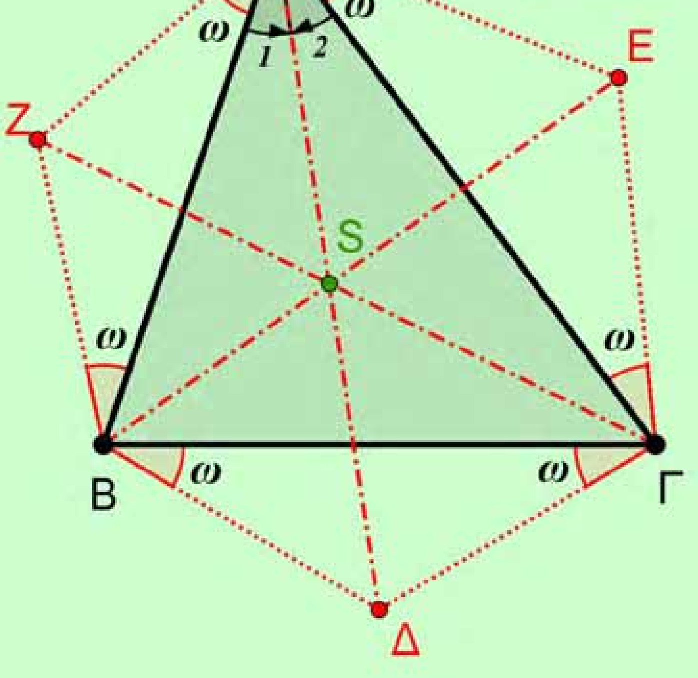


$$A\Delta, BE, \Gamma Z \text{ συντρέχουν } \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \frac{\eta\mu \hat{A}_1}{\eta\mu \hat{A}_2} \cdot \frac{\eta\mu \hat{B}_1}{\eta\mu \hat{B}_2} \cdot \frac{\eta\mu \hat{\Gamma}_1}{\eta\mu \hat{\Gamma}_2} = 1$$

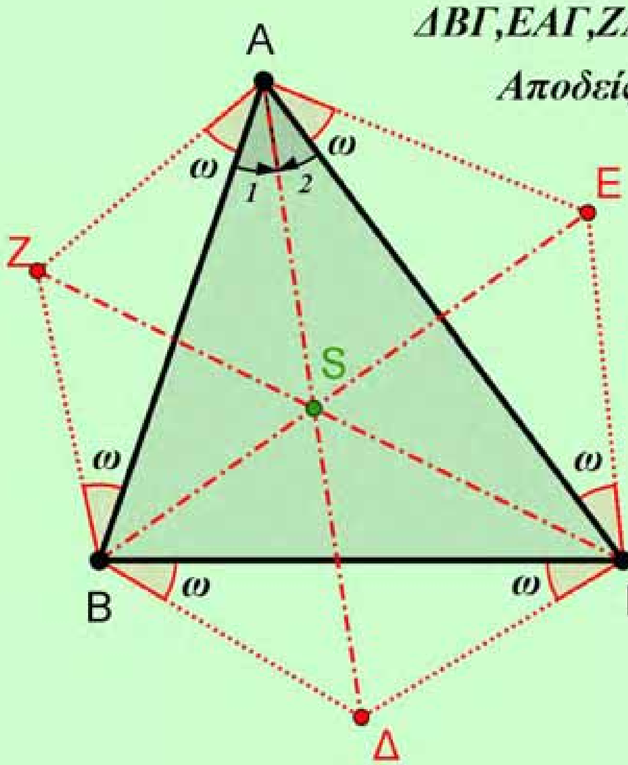
Σημείο Steiner.

ΔΒΓ,ΕΑΓ,ΖΑΒ είναι ισοσκελή και όμοια μεταξύ τους.
Αποδείξτε ότι οι ΑΔ,ΒΕ και ΓΖ συντρέχουν.



Σημείο Steiner (Υ).

ΔΒΓ,ΕΑΓ,ΖΑΒ είναι ισοσκελή και όμοια μεταξύ τους.
Αποδείξτε ότι οι ΑΔ,ΒΕ και ΓΖ συντρέχουν.



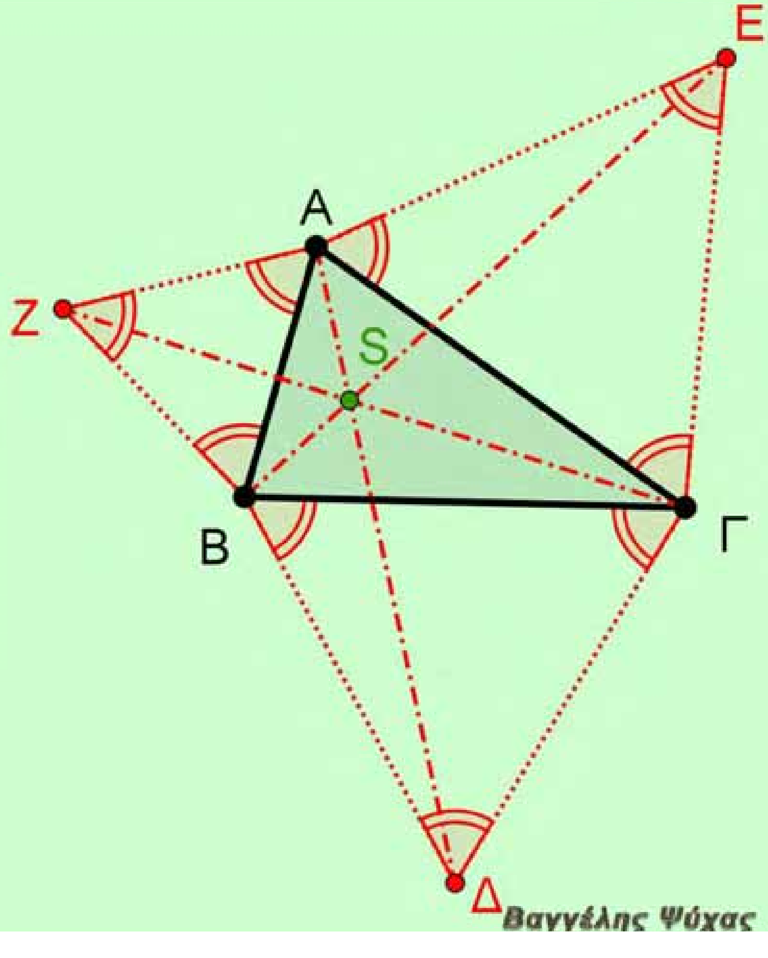
$$\frac{\eta\mu \hat{A}_1}{\Delta B} = \frac{\eta\mu(\hat{B}+\hat{\omega})}{A\Delta}$$

$$\frac{\eta\mu \hat{A}_2}{\Delta \Gamma} = \frac{\eta\mu(\hat{\Gamma}+\hat{\omega})}{A\Delta}$$

$$\frac{\eta\mu \hat{A}_1}{\eta\mu \hat{A}_2} = \frac{\eta\mu(\hat{B}+\hat{\omega})}{\eta\mu(\hat{\Gamma}+\hat{\omega})}$$

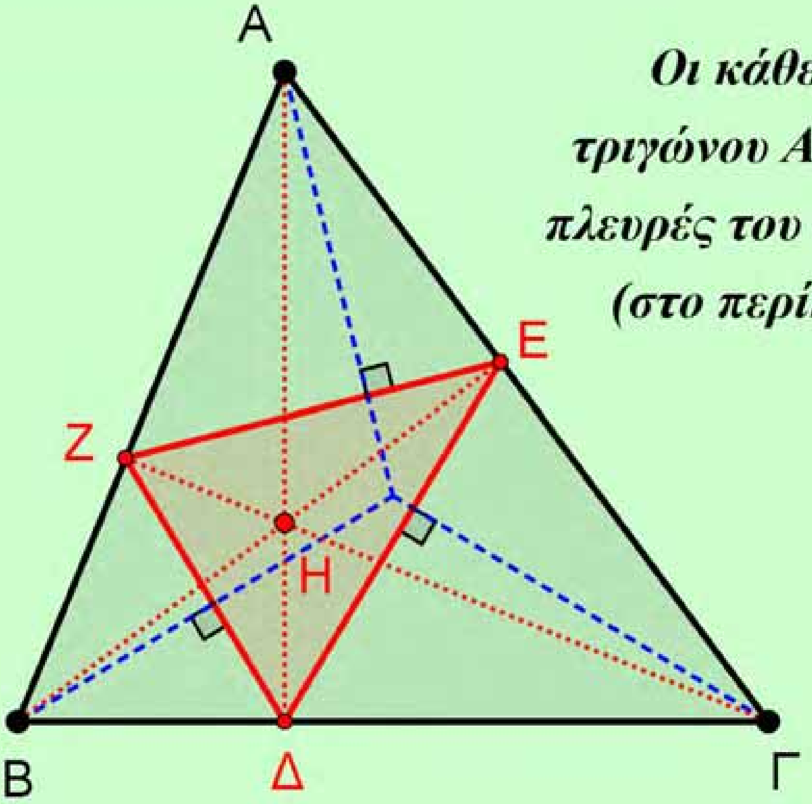
Σημείο Steiner (Ειδική Περίπτωση).

Εξωτερικά του τριγώνου ΑΒΓ κατασκευάζουμε ισόπλευρα τρίγωνα ΑΒΖ,ΒΓΔ και ΑΓΕ.
Οι ευθείες ΑΔ,ΒΕ και ΓΖ συντρέχουν.



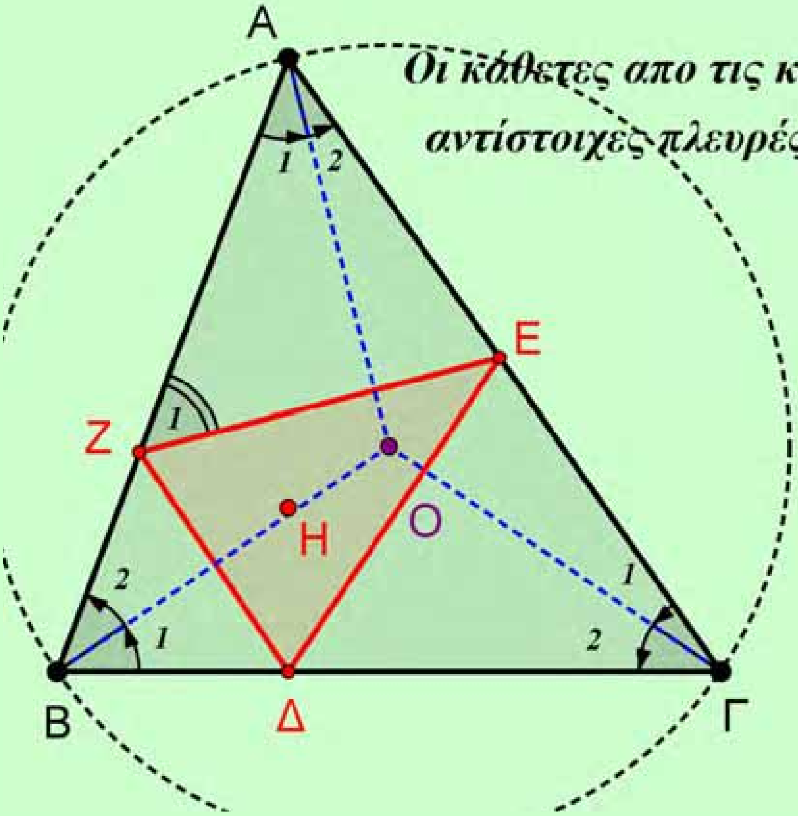
Θεώρημα Ceva (Εφαρμογή).

Οι κάθετες απο τις κορυφές τριγώνου ΑΒΓ, προς τις αντίστοιχες πλευρές του ορθικού του, συντρέχουν (στο περίκεντρο του τριγώνου).



Θεώρημα Ceva (Εφαρμογή (Υ)).

Οι κάθετες απο τις κορυφές τριγώνου ΑΒΓ, προς τις αντίστοιχες πλευρές του ορθικού του, συντρέχουν.

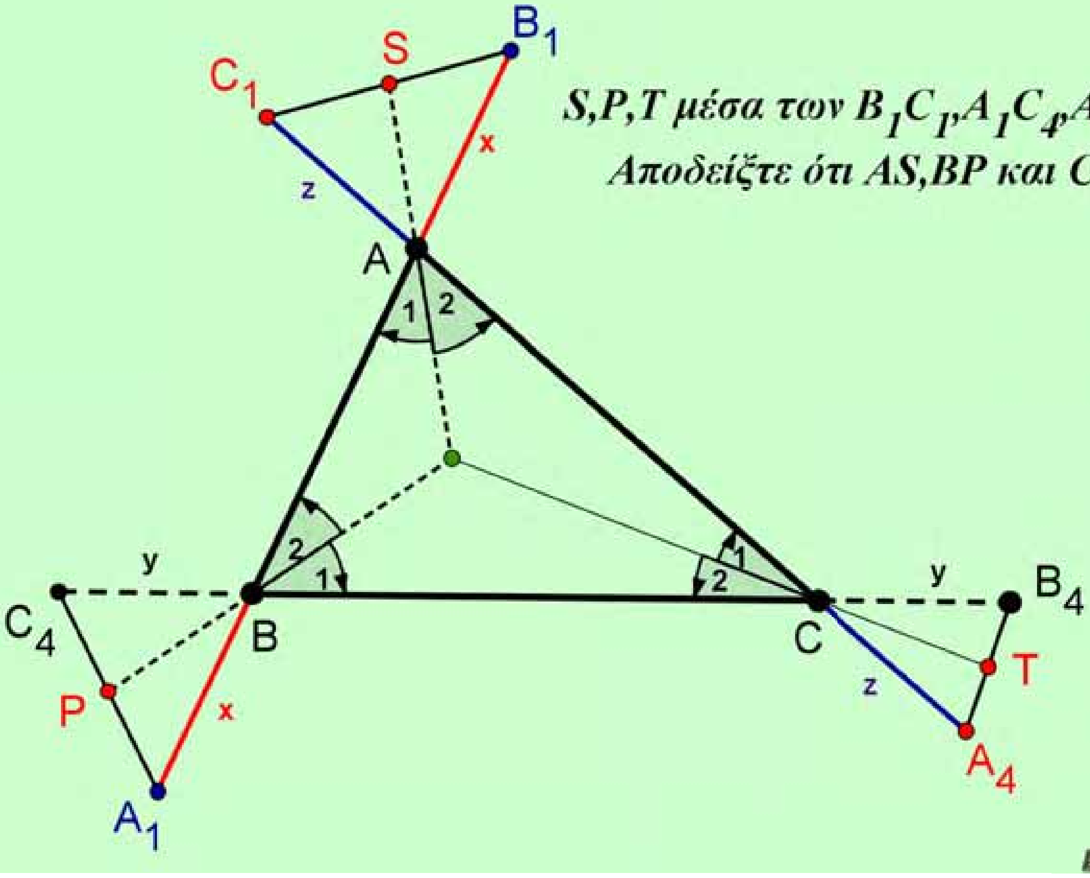


$\hat{A}_1 = \hat{B}_2 \quad \hat{A}_2 = \hat{\Gamma}_1 \quad \hat{B}_1 = \hat{\Gamma}_2$

$\hat{Z}_1 = \hat{\Gamma} \quad \hat{A}_1 = 90^\circ - \hat{\Gamma}$

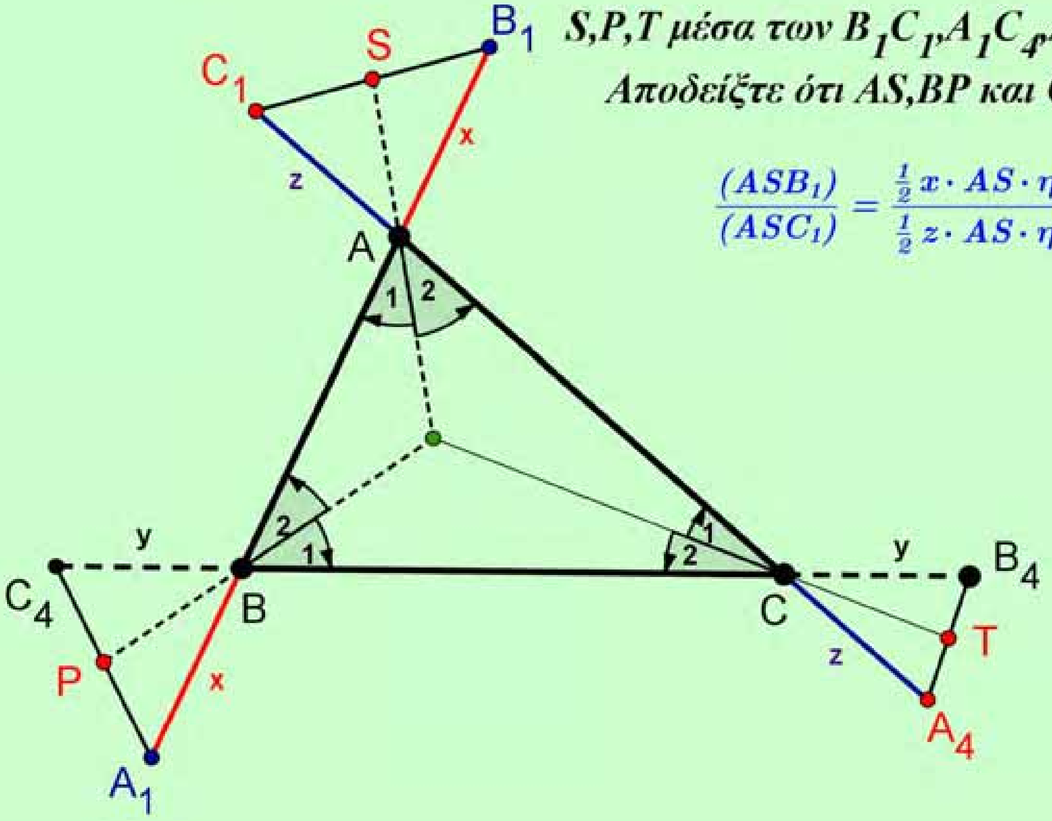
$$\frac{\eta\mu \hat{A}_1}{\eta\mu \hat{A}_2} \cdot \frac{\eta\mu \hat{B}_1}{\eta\mu \hat{B}_2} \cdot \frac{\eta\mu \hat{\Gamma}_1}{\eta\mu \hat{\Gamma}_2} = 1$$

Θεώρημα Ceva (Άσκηση 1).



S,P,T μέσα των B_1C_1,A_1C_4,A_4B_4 αντίστοιχα.
Αποδείξτε ότι AS,BP και CT συντρέχουν.

Θεώρημα Ceva (Άσκηση 1 (Υ)).



S,P,T μέσα των B_1C_1,A_1C_4,A_4B_4 αντίστοιχα.
Αποδείξτε ότι AS,BP και CT συντρέχουν.

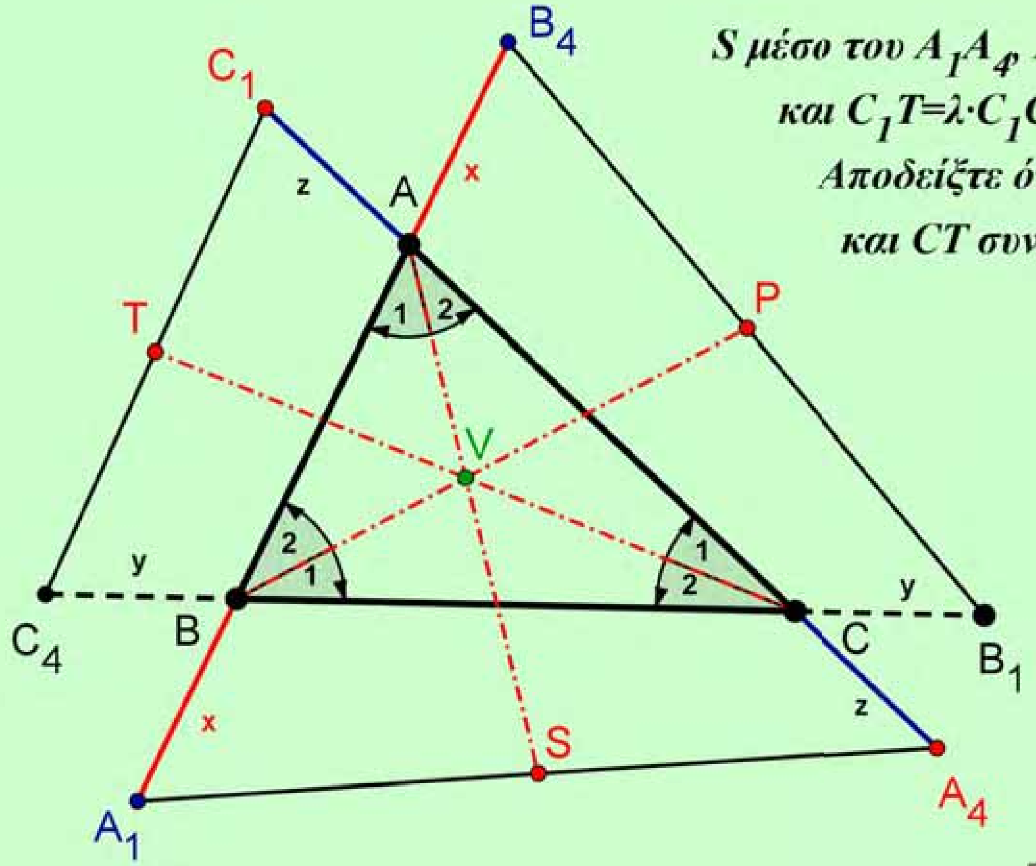
$$\frac{(ASB_1)}{(ASC_1)} = \frac{\frac{1}{2}x \cdot AS \cdot \eta\mu\hat{A}_1}{\frac{1}{2}z \cdot AS \cdot \eta\mu\hat{A}_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\eta\mu\hat{A}_1}{\eta\mu\hat{A}_2} = \frac{x}{z}$$

$$\cdots \Rightarrow \frac{\eta\mu\hat{B}_1}{\eta\mu\hat{B}_2} = \frac{y}{x}$$

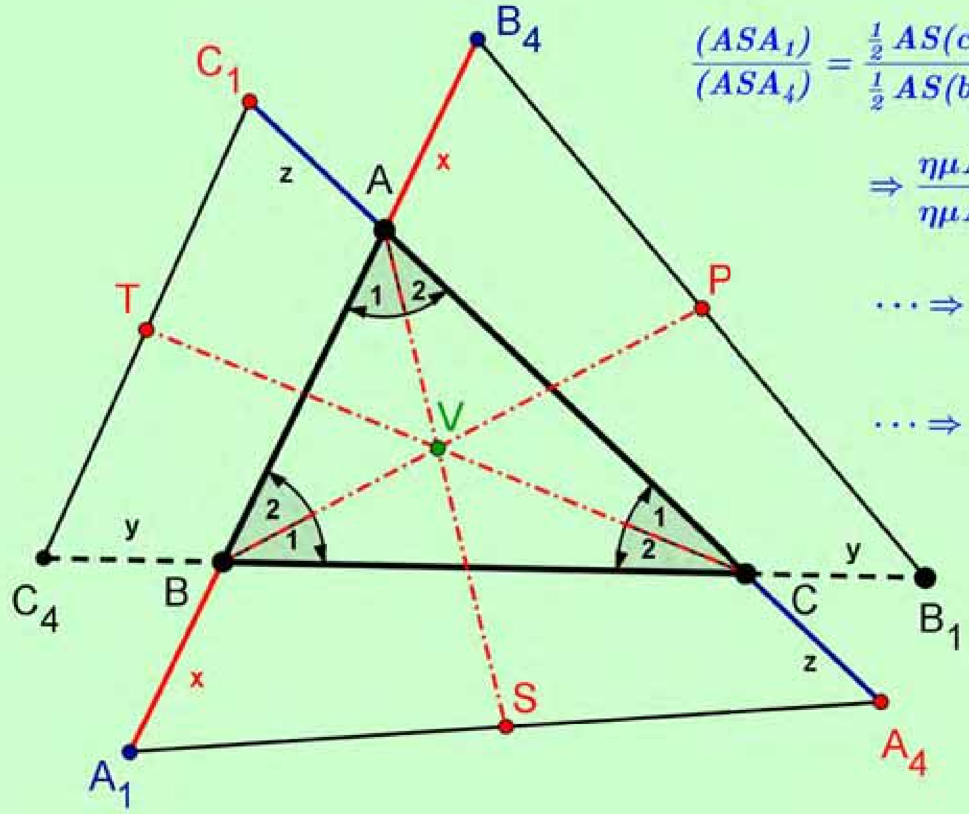
$$\cdots \Rightarrow \frac{\eta\mu\hat{C}_1}{\eta\mu\hat{C}_2} = \frac{z}{y}$$

Θεώρημα Ceva (Άσκηση 2).



S μέσο του A_1A_4, $B_4P=\lambda\cdot B_1B_4$ και $C_1T=\lambda\cdot C_1C_4$ $(0<\lambda<1)$. Αποδείξτε ότι AS,BP και CT συντρέχουν.

Θεώρημα Ceva (Άσκηση 2 (Υ)).



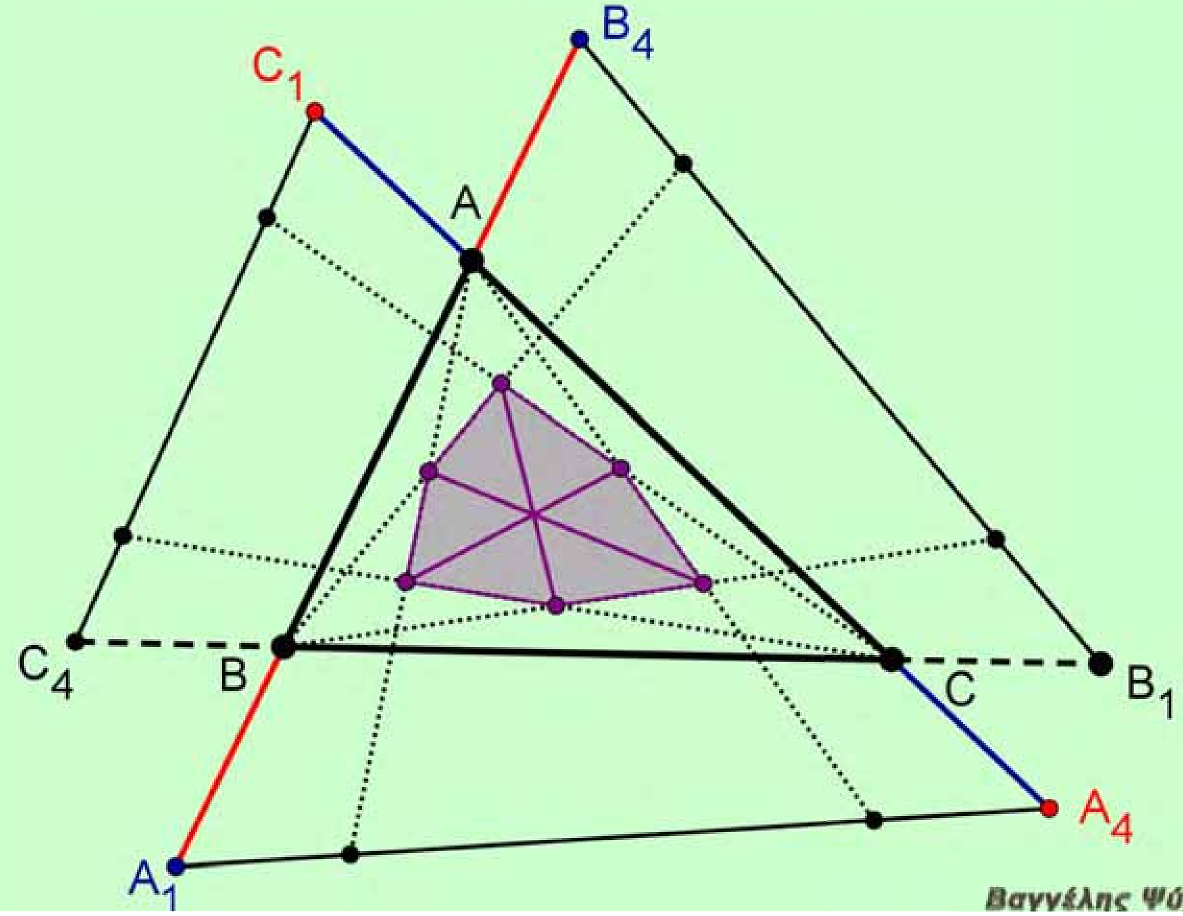
$$\frac{(ASA_1)}{(ASA_4)} = \frac{\frac{1}{2}AS(c+x)\eta\mu\hat{A}_1}{\frac{1}{2}AS(b+z)\eta\mu\hat{A}_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\eta\mu\hat{A}_1}{\eta\mu\hat{A}_2} = \frac{b+z}{c+x}$$

$$\cdots \Rightarrow \frac{\eta\mu\hat{B}_1}{\eta\mu\hat{B}_2} = \frac{(\lambda-1)(c+x)}{\lambda(a+y)}$$

$$\cdots \Rightarrow \frac{\eta\mu\hat{C}_1}{\eta\mu\hat{C}_2} = \frac{\lambda(a+y)}{(\lambda-1)(b+z)}$$

Θεώρημα Ceva (Άσκηση 2 (Εφαρμογή)).

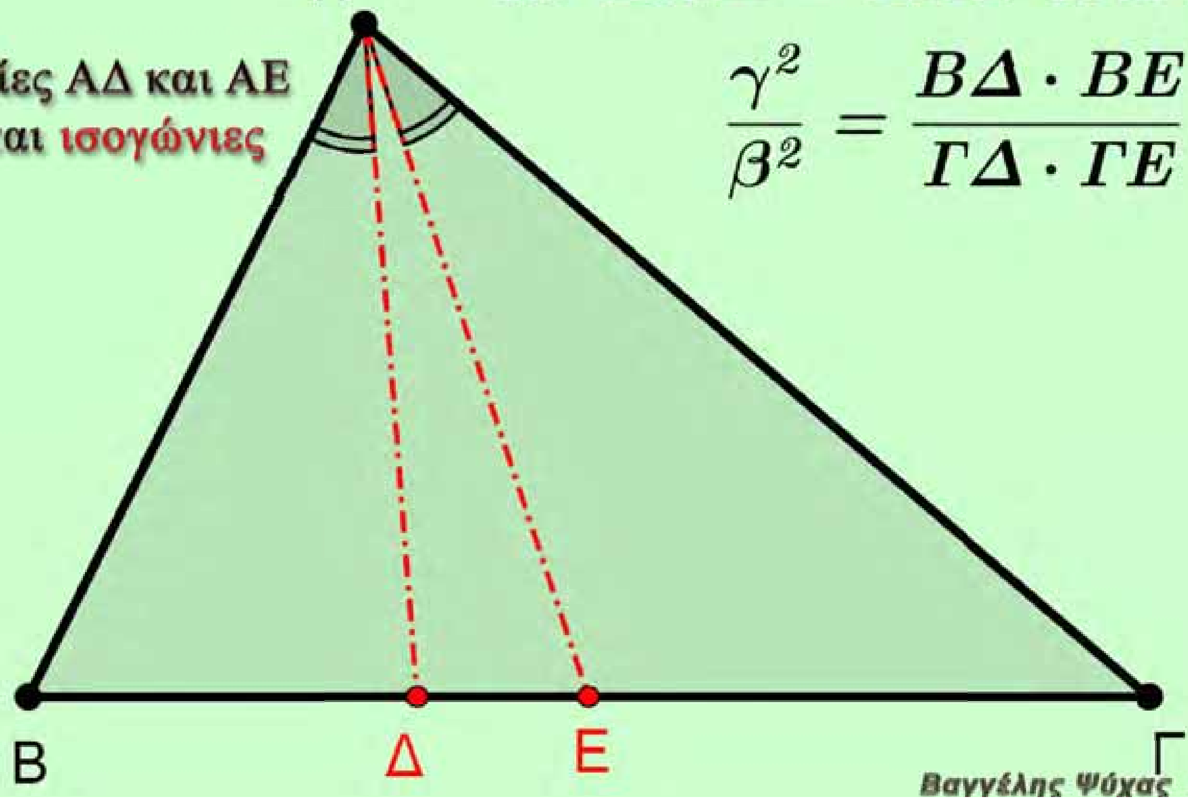


Θεώρημα Steiner.

$$A\nu\ B\hat{A}\Delta = E\hat{A}\Gamma \ \tau \acute{o} \tau \varepsilon :$$

$$\frac{\gamma^2}{\beta^2} = \frac{B\Delta \cdot BE}{\Gamma\Delta \cdot \Gamma E}$$

Οι ευθείες ΑΔ και ΑΕ
λέγονται ισογώνιες

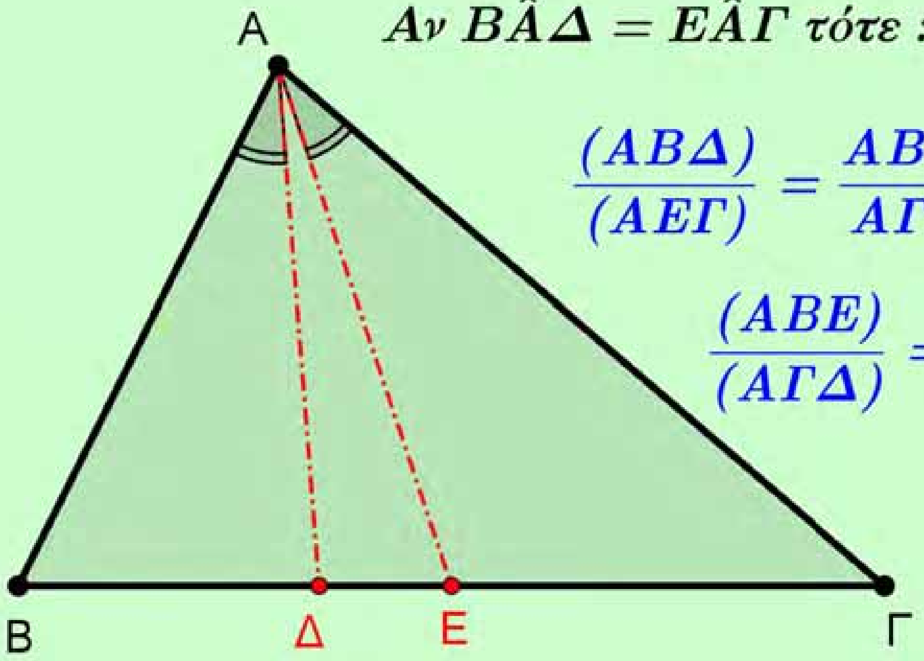


Θεώρημα Steiner (Υ).

$$\text{Αν } B\hat{A}\Delta = E\hat{A}\Gamma \text{ τότε : } \frac{\gamma^2}{\beta^2} = \frac{B\Delta \cdot BE}{\Gamma\Delta \cdot \Gamma E}$$

$$\frac{(AB\Delta)}{(AE\Gamma)} = \frac{AB \cdot A\Delta}{A\Gamma \cdot AE} = \frac{\Delta B}{E\Gamma}$$

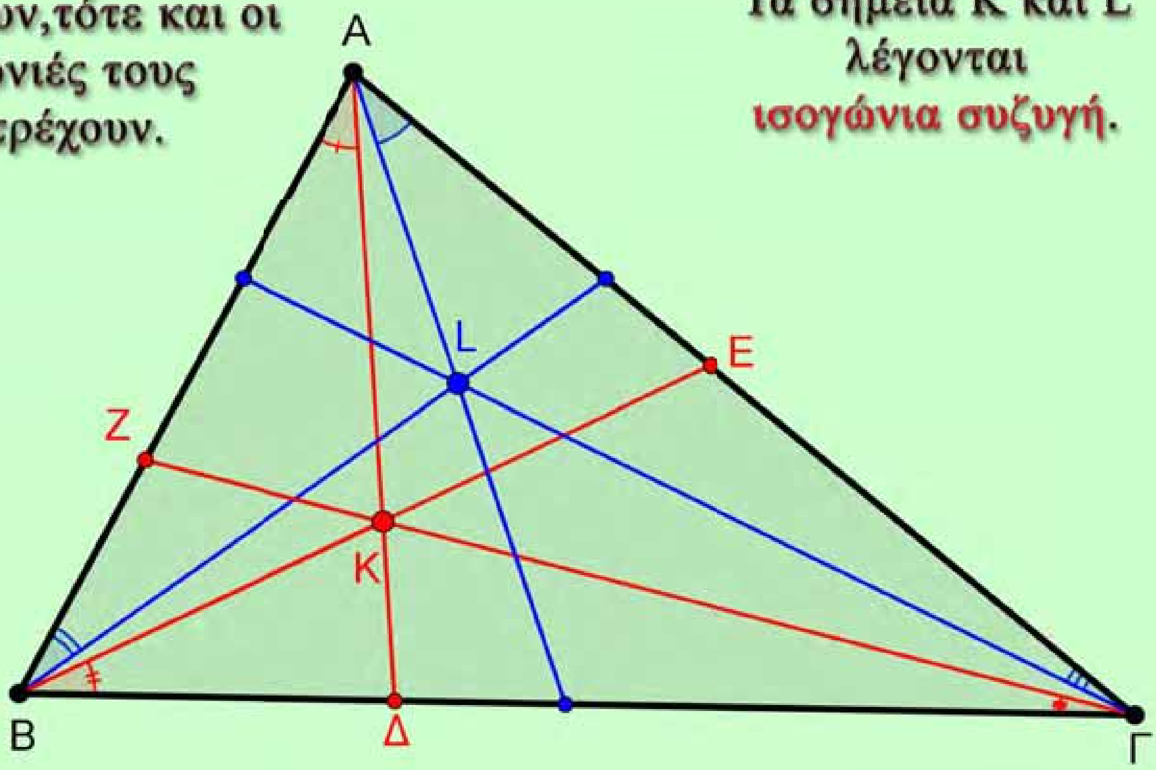
$$\frac{(ABE)}{(A\Gamma\Delta)} = \frac{AB \cdot AE}{A\Gamma \cdot A\Delta} = \frac{EB}{\Delta\Gamma}$$



Ισογώνιες.

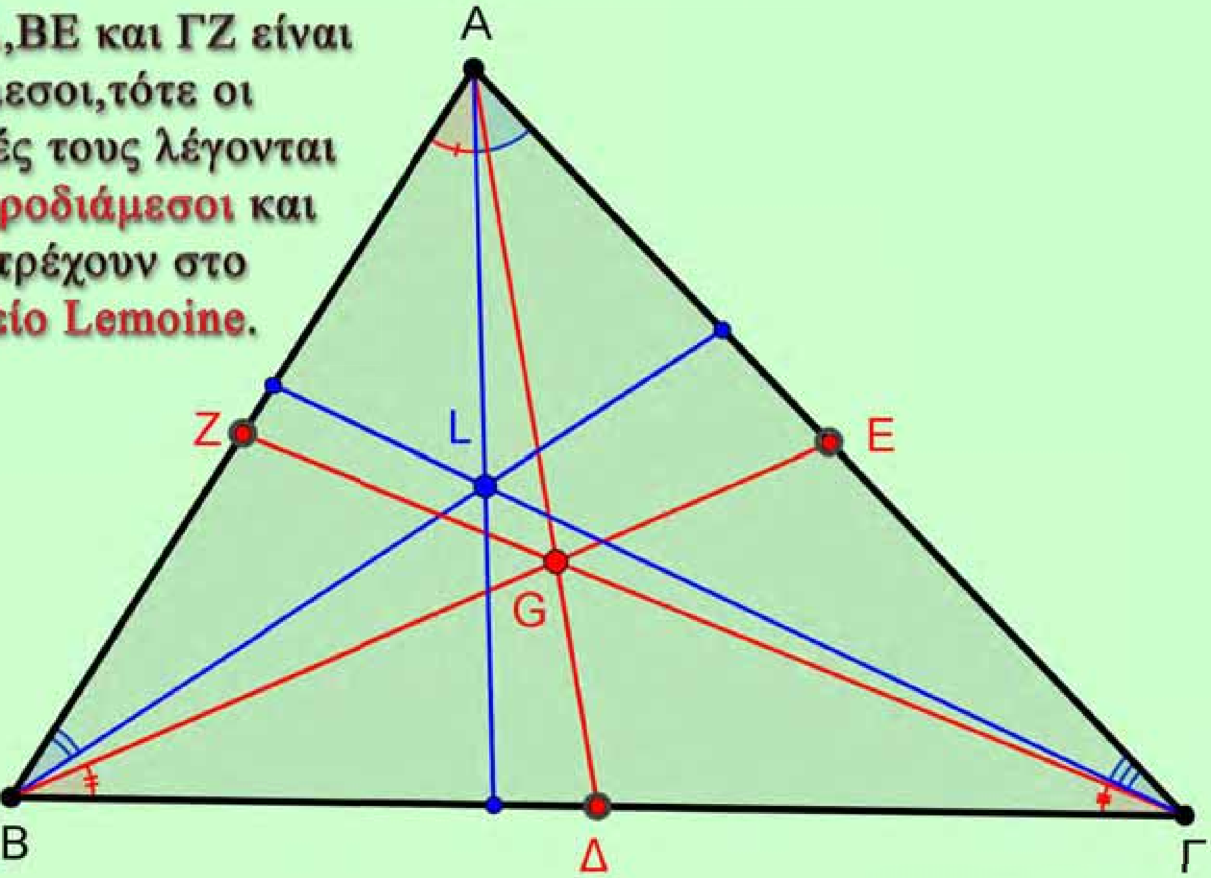
Αν οι ΑΔ,ΒΕ και ΓΖ, συντρέχουν,τότε και οι ισογώνιές τους συντρέχουν.

Τα σημεία K και L λέγονται ισογώνια συζυγή.



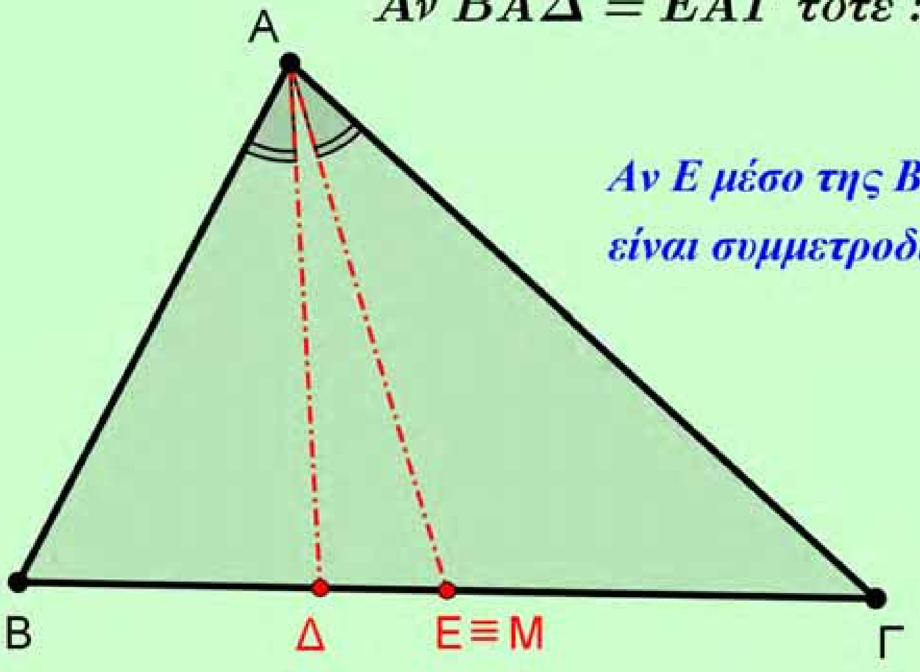
Σημείο Lemoine.

Αν οι ΑΔ,ΒΕ και ΓΖ είναι διάμεσοι,τότε οι ισογώνιές τους λέγονται **συμμετροδιάμεσοι** και συντρέχουν στο **σημείο Lemoine**.



Συμμετροδιάμεσοι 1.

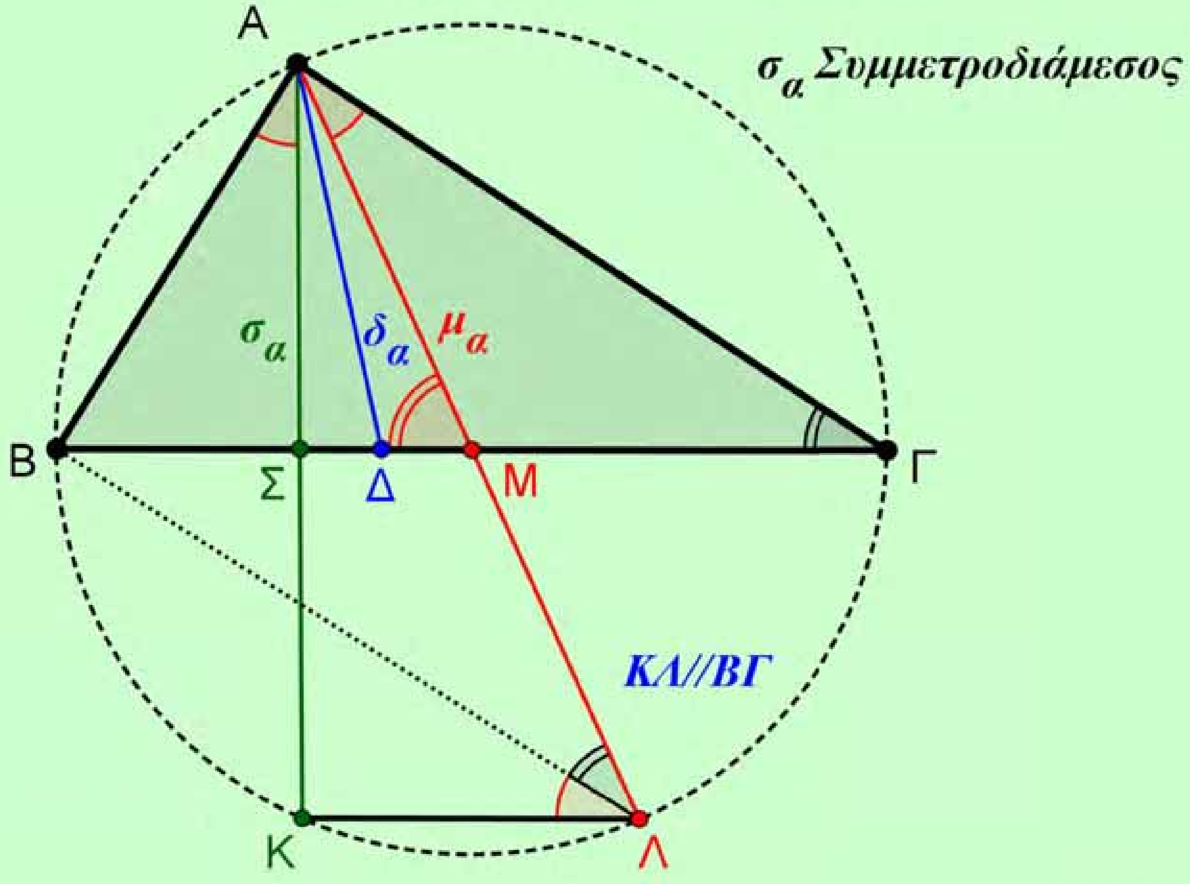
$$Αν\ B\hat{A}\Delta = E\hat{A}\Gamma\ τότε:\ \frac{\gamma^2}{\beta^2} = \frac{B\Delta \cdot BE}{\Gamma\Delta \cdot \Gamma E}$$



Αν Ε μέσο της ΒΓ, τότε η ΑΔ είναι συμμετροδιάμεσος και...

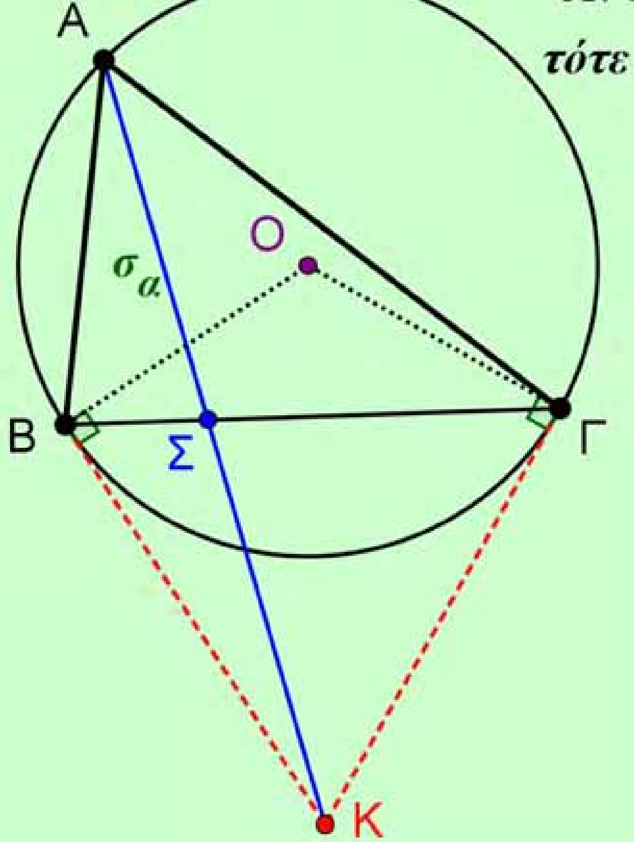
$$\frac{\gamma^2}{\beta^2} = \frac{\Delta B}{\Delta \Gamma}$$

Συμμετροδιάμεσοι 2.



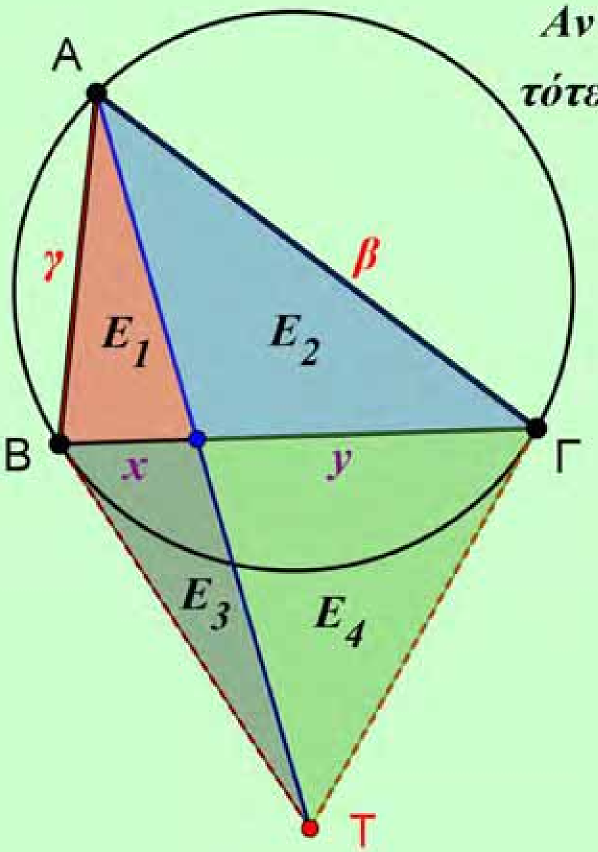
Συμμετροδιάμεσοι 3.

Αν ΒΚ,ΓΚ εφαπτόμενες,
τότε ΑΚ συμμετροδιάμεσος.



Συμμετροδιάμεσοι 3 (Υ).

Αν ΒΚ,ΓΚ εφαπτόμενες,
τότε ΑΚ συμμετροδιάμεσος.

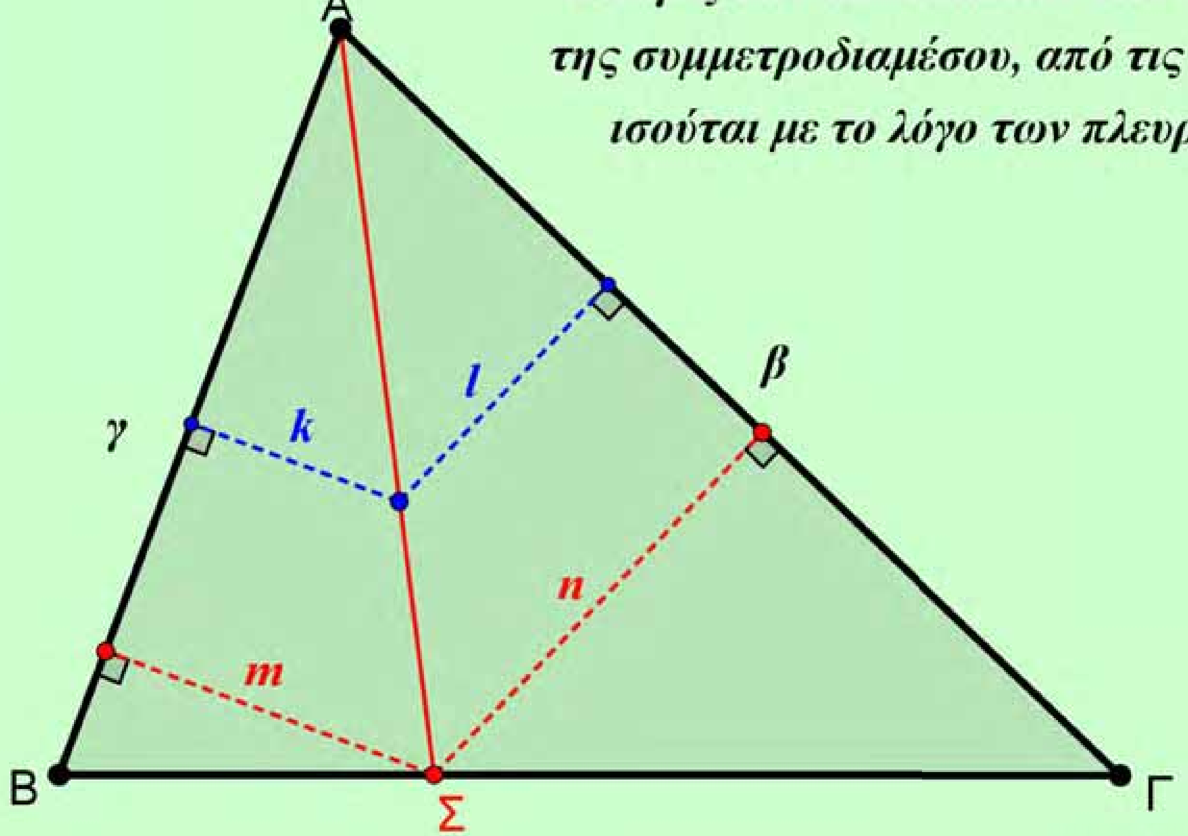


$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_3}{E_4} = \frac{x}{y} = \frac{E_1 + E_3}{E_2 + E_4}$$

$$\frac{(ABT)}{(A\Gamma T)} = \frac{\frac{1}{2}\,BT \cdot \gamma \cdot \eta\mu(A + B)}{\frac{1}{2}\,\Gamma T \cdot \beta \cdot \eta\mu(A + \Gamma)} = \frac{\gamma^2}{\beta^2}$$

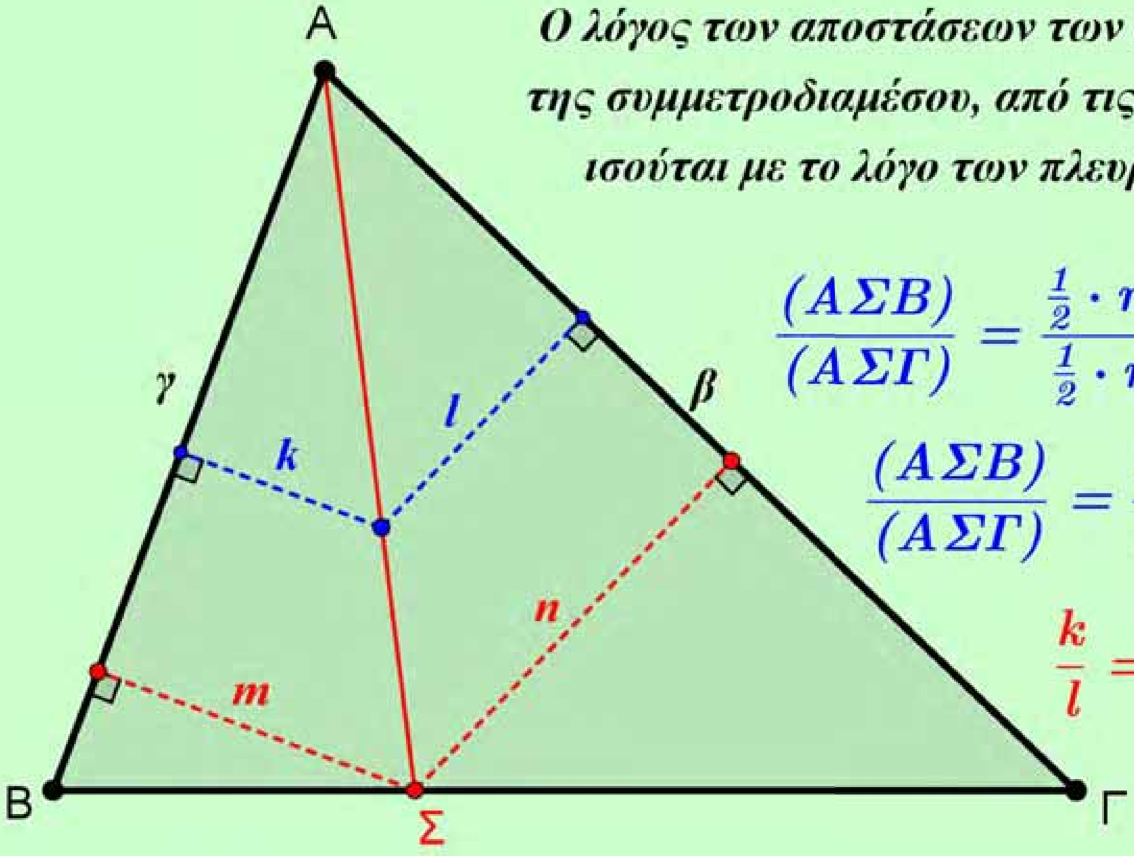
Συμμετροδιάμεσοι 4.

Ο λόγος των αποστάσεων των σημείων
της συμμετροδιαμέσου, από τις πλευρές,
ισούται με το λόγο των πλευρών.



Συμμετροδιάμεσοι 4 (Y).

Ο λόγος των αποστάσεων των σημείων της συμμετροδιαμέσου, από τις πλευρές, ισούται με το λόγο των πλευρών.



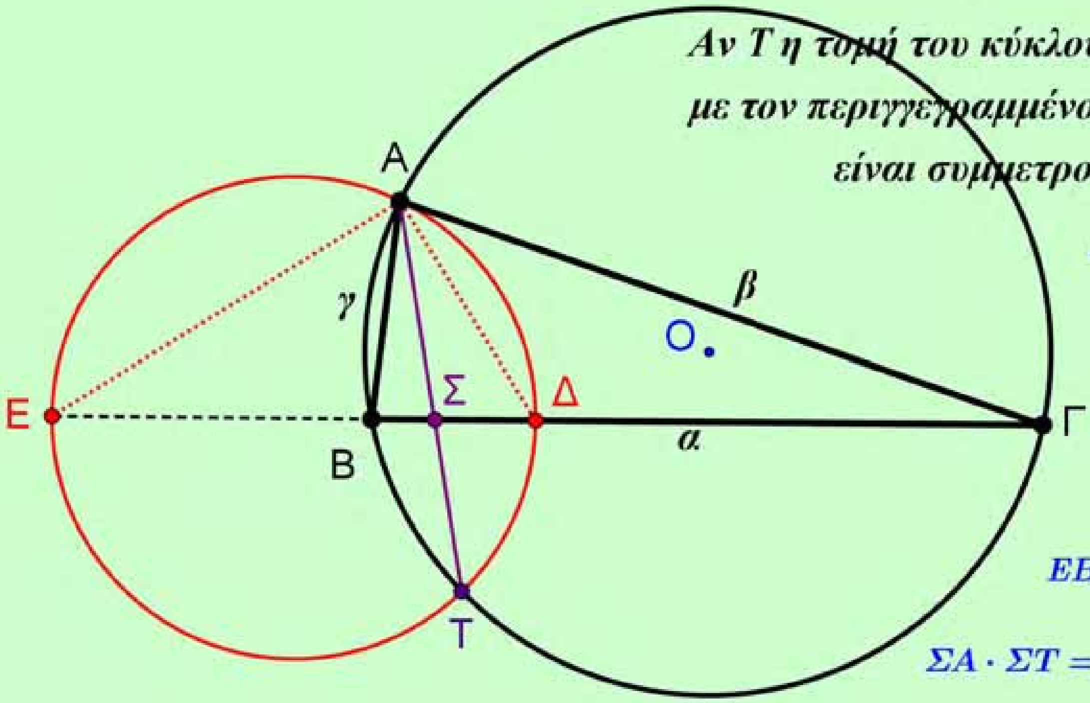
$$\frac{(A\Sigma B)}{(A\Sigma \Gamma)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot m\cdot \gamma}{\frac{1}{2}\cdot n\cdot \beta}$$

$$\frac{(A\Sigma B)}{(A\Sigma \Gamma)} = \frac{\Sigma B}{\Sigma \Gamma} = \frac{\gamma^2}{\beta^2}$$

$$\frac{k}{l} = \frac{m}{n} = \frac{\gamma}{\beta}$$

Συμμετροδιάμεσοι 5.

Αν T η τομή του κύκλου του Απολλωνίου με τον περιγγεγραμμένο κύκλο, τότε η AT είναι συμμετροδιάμεσος.



$$\Delta B = \frac{\alpha\cdot\gamma}{\beta+\gamma}$$

$$\Delta \Gamma = \frac{\alpha\cdot\beta}{\beta+\gamma}$$

$$E\Gamma = \frac{\alpha\cdot\beta}{\beta-\gamma}$$

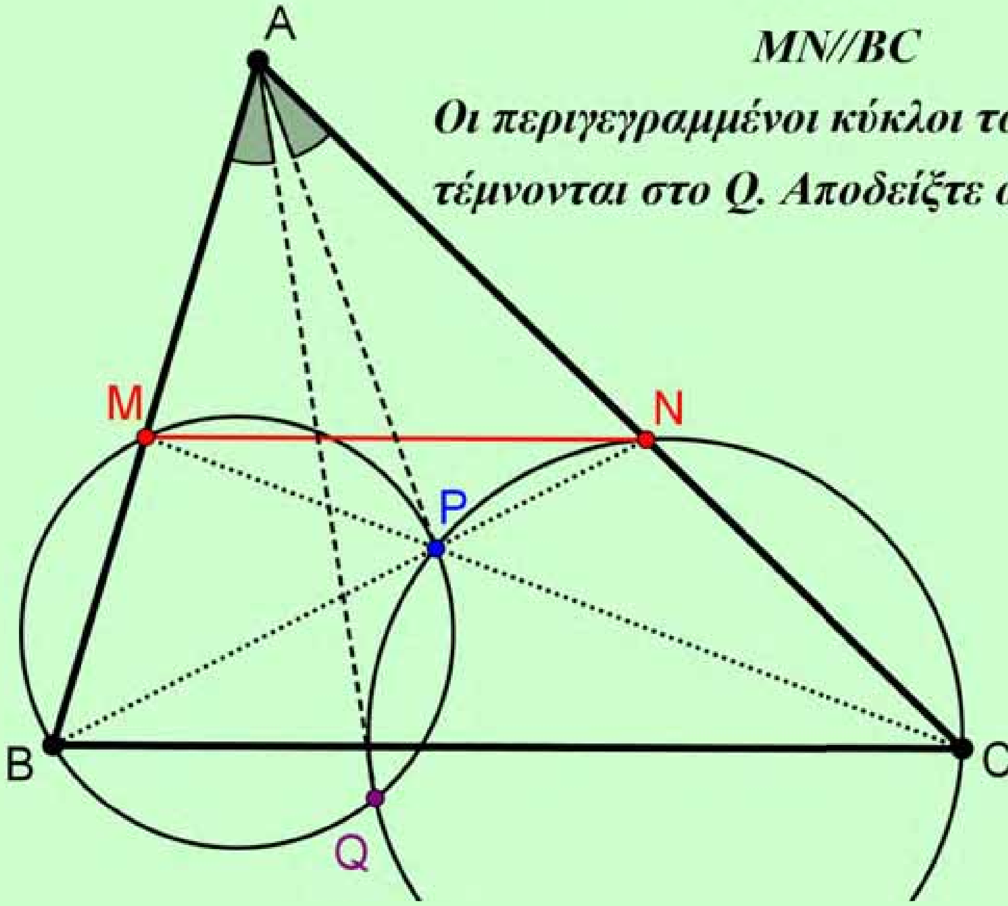
$$EB = \frac{\alpha\cdot\gamma}{\beta-\gamma}$$

$$\Sigma A\cdot \Sigma T = \Sigma B\cdot \Sigma\Gamma = \Sigma\Delta\cdot \Sigma E$$

BMO 2009.

MN//BC

Οι περιγεγραμμένοι κύκλοι των BMP και CNP τέμνονται στο Q. Αποδείξτε ότι ∠BAQ=∠PAC.



BMO 2009 (Υ).

MN//BC

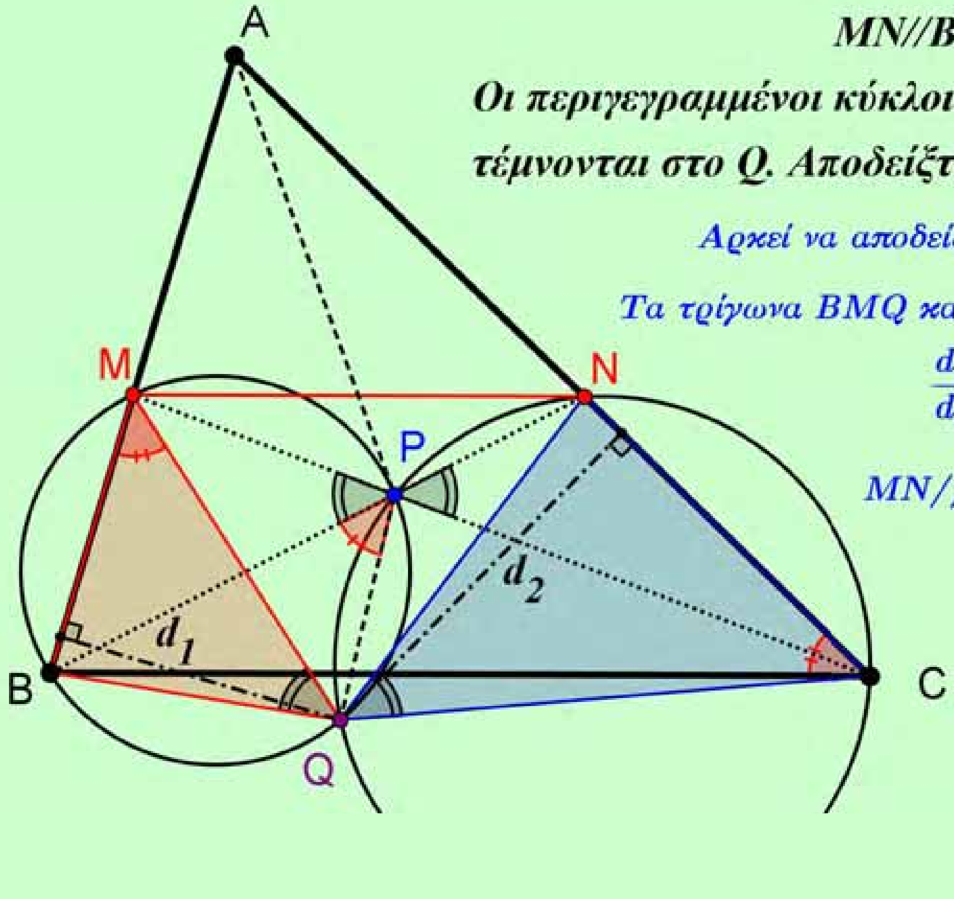
Οι περιγεγραμμένοι κύκλοι των BMP και CNP τέμνονται στο Q. Αποδείξτε ότι ∠BAQ=∠PAC.

Αρκεί να αποδείξουμε ότι : $\dfrac{d_1}{d_2} = \dfrac{AB}{AC}$

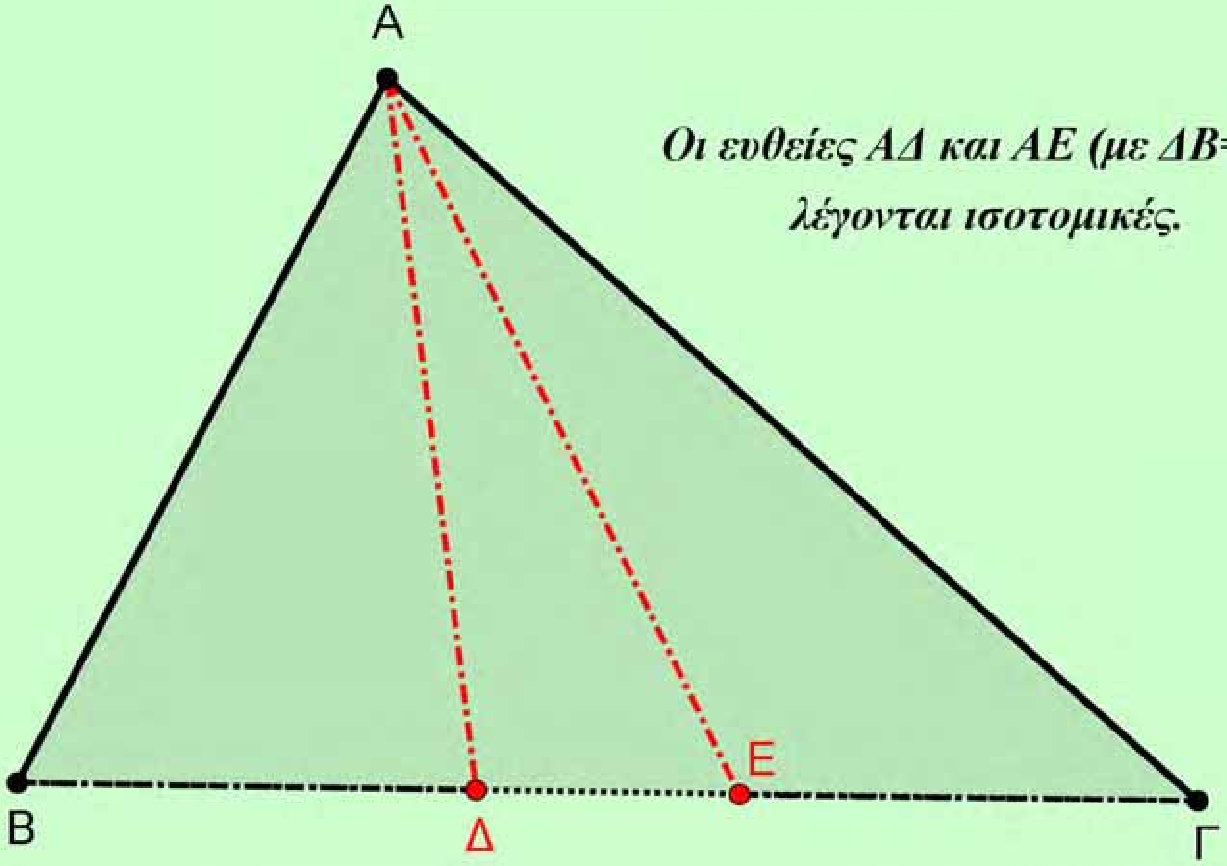
Τα τρίγωνα BMQ και CNQ είναι όμοια, οπότε :

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{MB}{NC}$$

$$MN//BC \Rightarrow \frac{MB}{NC} = \frac{AB}{AC}$$



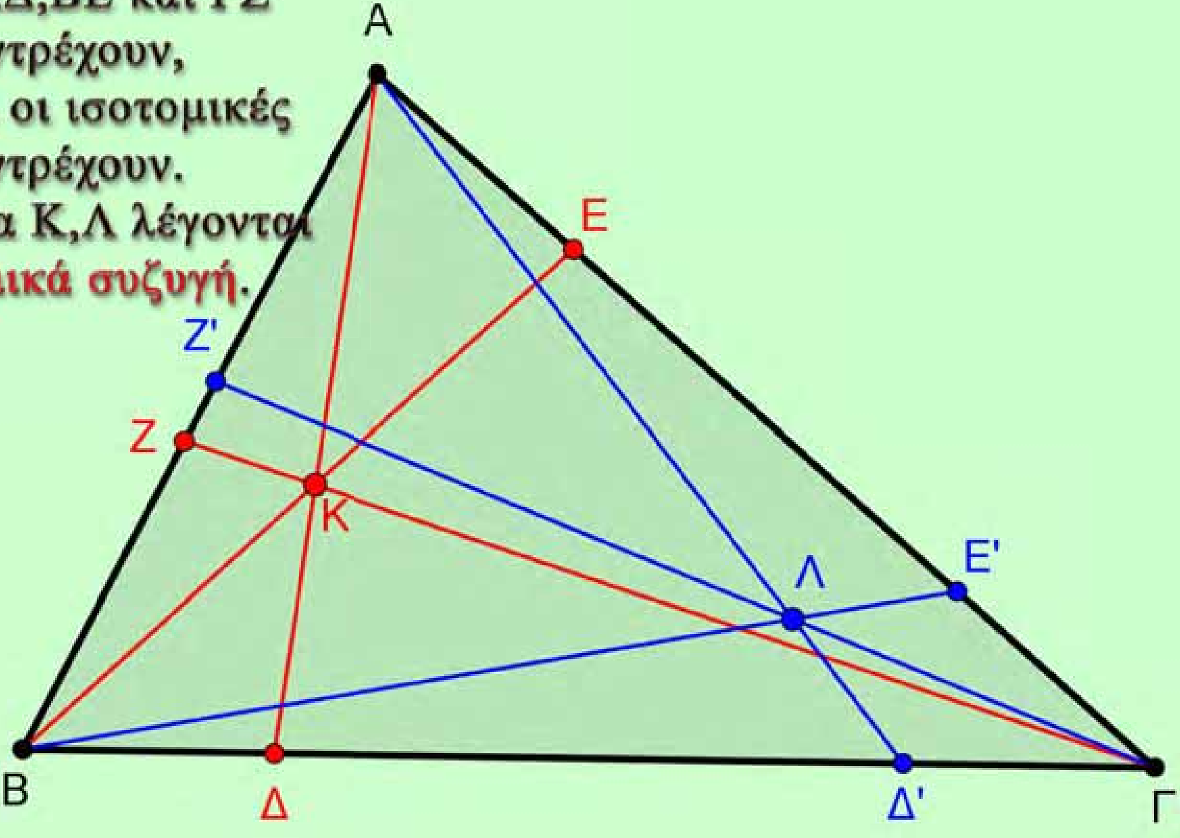
Ισοτομικά Συζυγή.



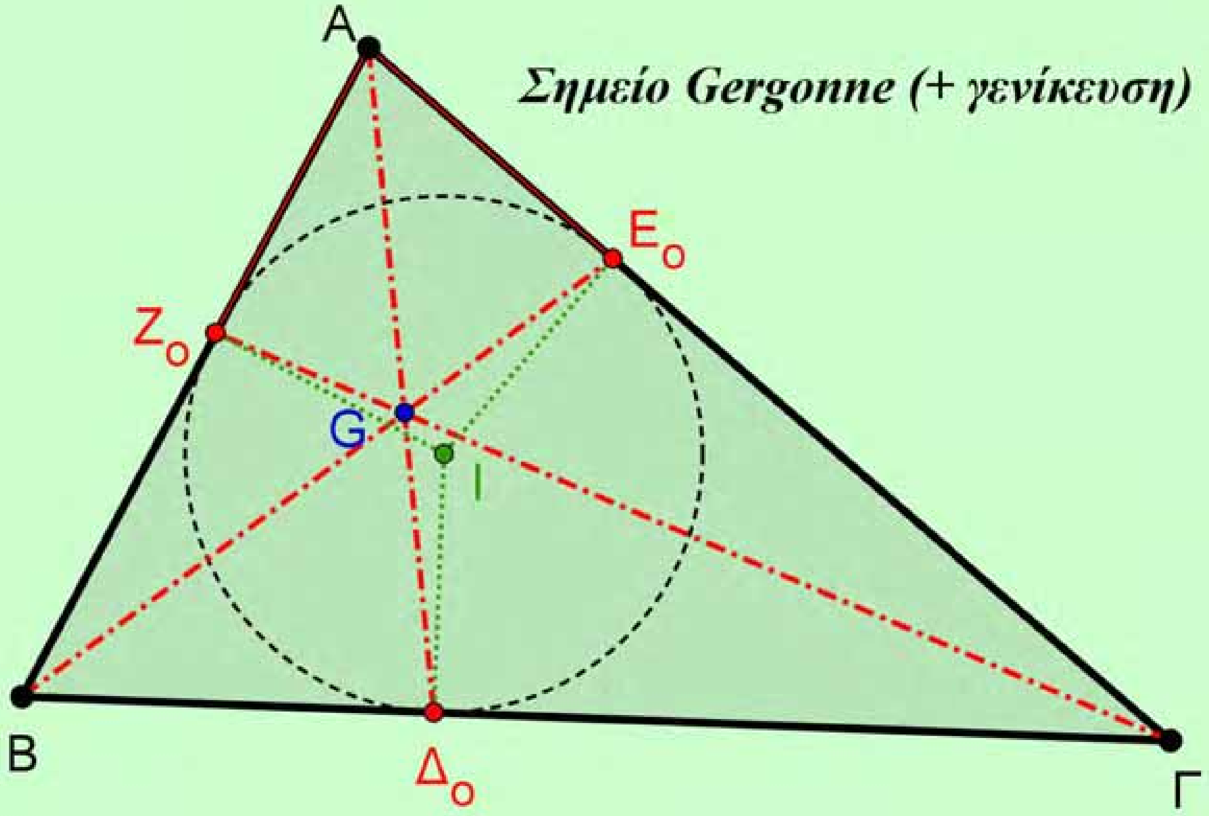
Οι ευθείες ΑΔ και ΑΕ (με ΔΒ=ΕΓ)
λέγονται ισοτομικές.

Ισοτομικά Συζυγή.

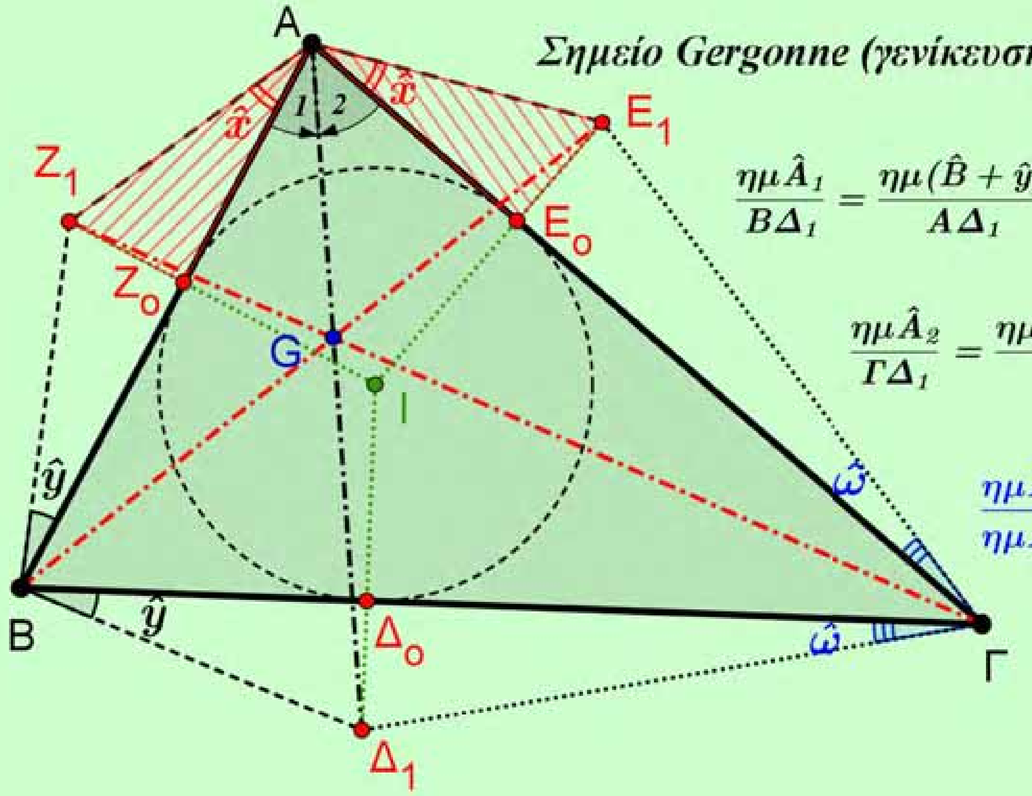
Αν οι ΑΔ,ΒΕ και ΓΖ
συντρέχουν,
τότε και οι ισοτομικές
συντρέχουν.
Τα σημεία Κ,Λ λέγονται
ισοτομικά συζυγή.



Σημείο Gergonne.



Σημείο Gergonne (γενίκευση).

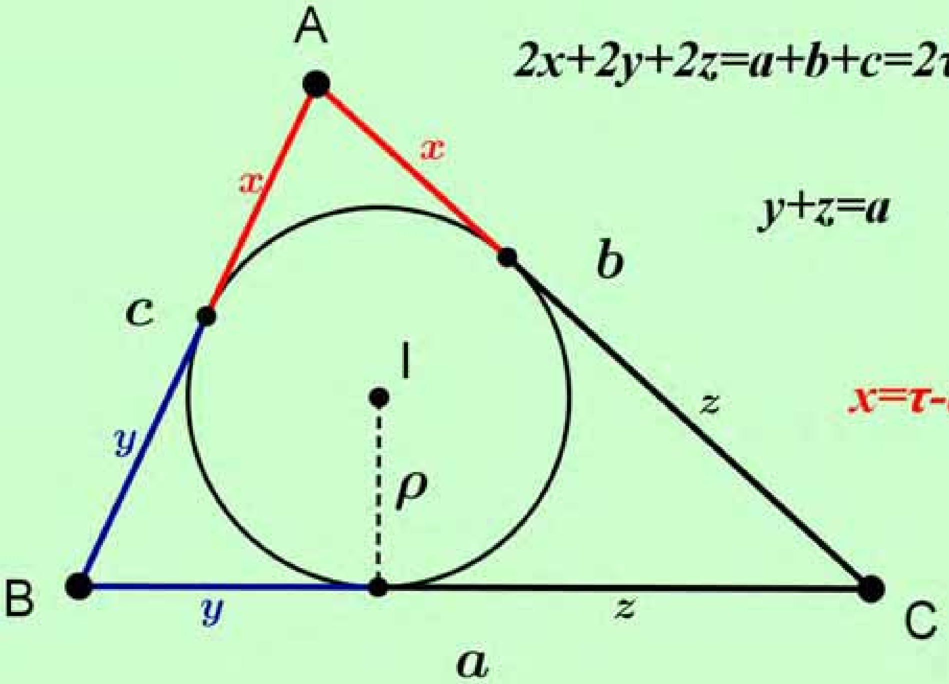


$$\frac{\eta\mu\hat{A}_1}{B\Delta_1} = \frac{\eta\mu(\hat{B}+\hat{y})}{A\Delta_1}$$

$$\frac{\eta\mu\hat{A}_2}{\Gamma\Delta_1} = \frac{\eta\mu(\hat{\Gamma}+\hat{\omega})}{A\Delta_1}$$

$$\frac{\eta\mu\hat{A}_1}{\eta\mu\hat{A}_2} = \frac{\eta\mu(\hat{B}+\hat{y})\cdot B\Delta_1}{\eta\mu(\hat{\Gamma}+\hat{\omega})\cdot \Gamma\Delta_1}$$

Εφαπτόμενα Τμήματα Εγγεγραμμένου.

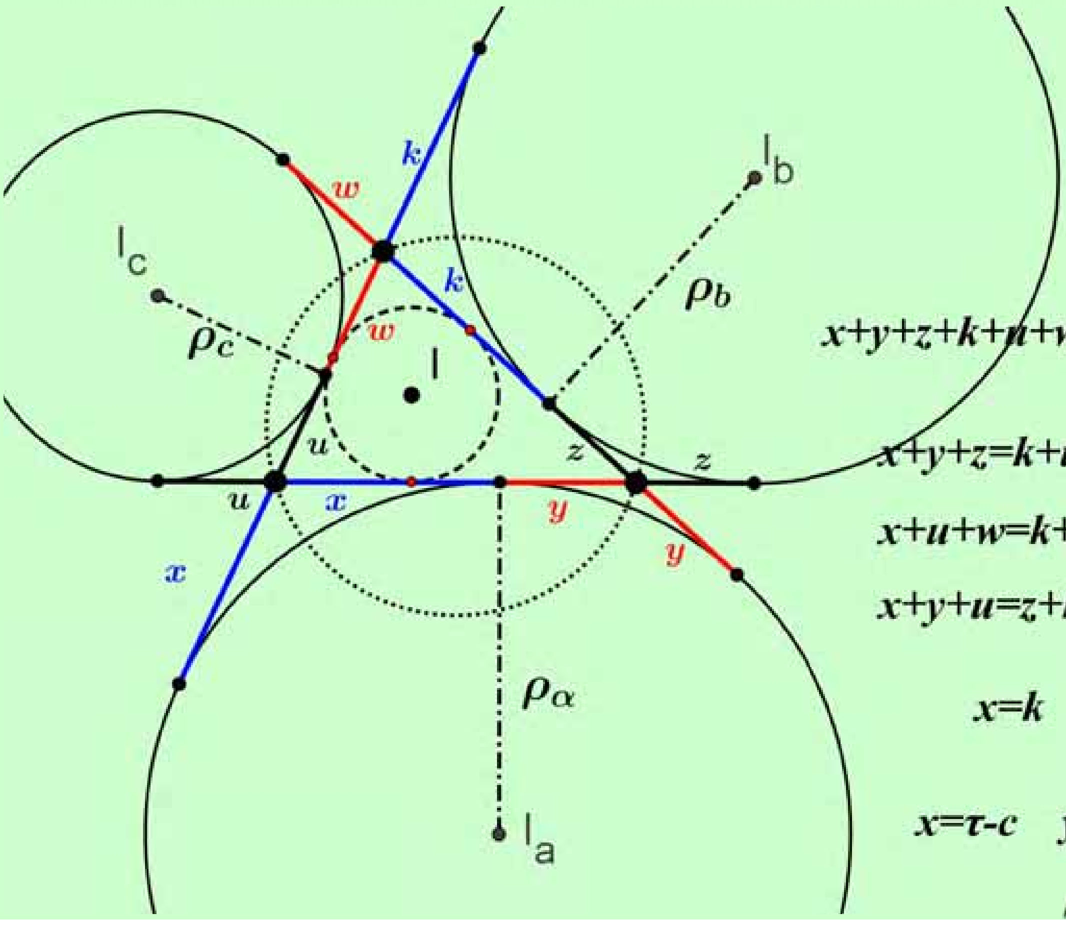


$$2x+2y+2z=a+b+c=2\tau \Leftrightarrow x+y+z=\tau$$

$$y+z=a \quad x+z=b \quad x+y=c$$

$$x=\tau-a \quad y=\tau-b \quad z=\tau-c$$

Εφαπτόμενα Τμήματα Παρεγγεγραμμένων.



$$x+y+z+k+u+w=a+b+c=2\tau$$

$$x+y+z=k+u+w=\tau$$

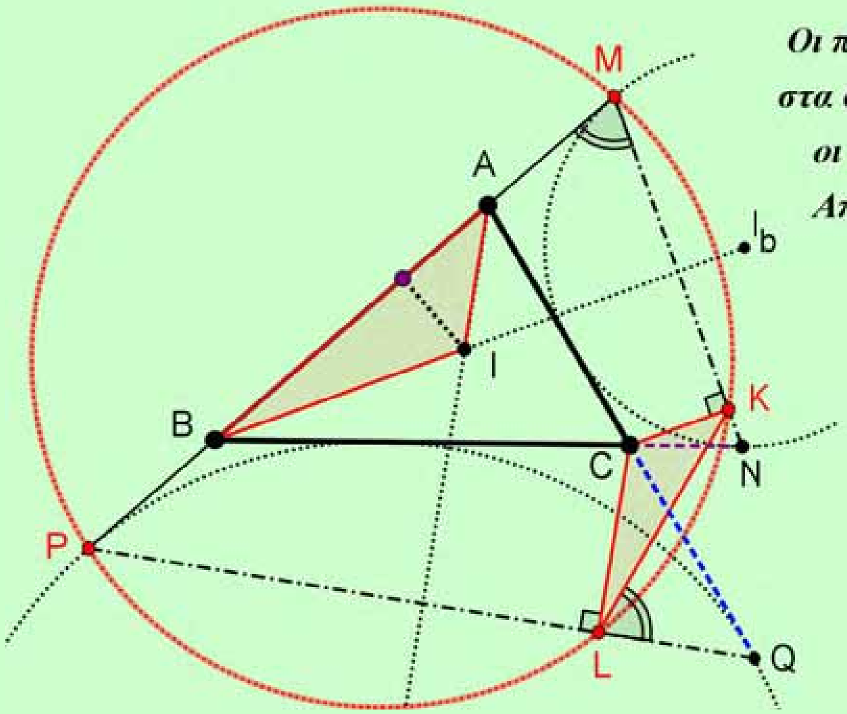
$$x+u+w=k+z+y=\tau$$

$$x+y+u=z+k+w=\tau$$

$$x=k \quad y=w \quad k=u$$

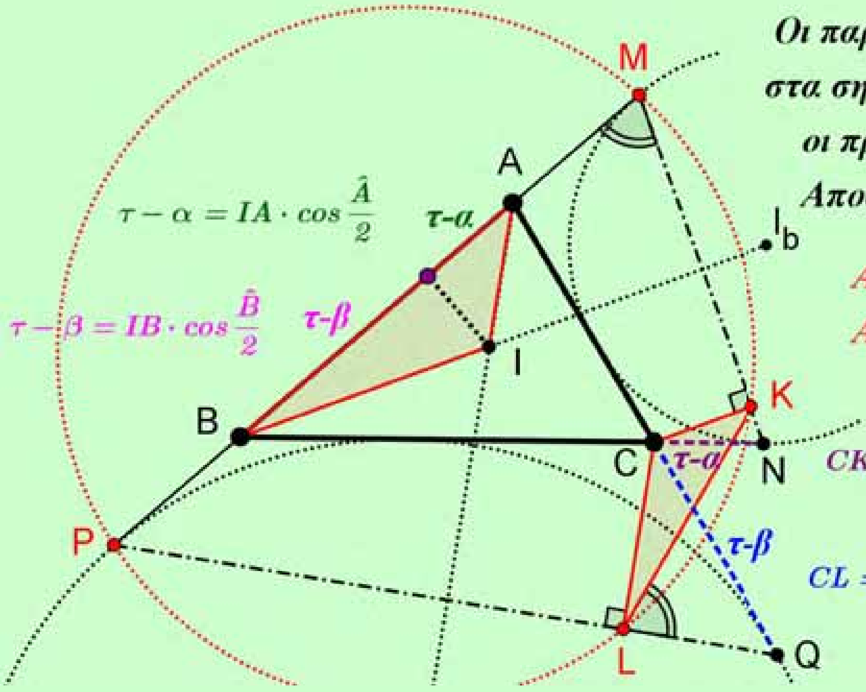
$$x=\tau-c \quad y=\tau-b \quad z=\tau-a$$

BMO 2013.



Οι παρεγγεγραμμένοι κύκλοι εφάπτονται στα σημεία M,N,P,Q. Τα σημεία K,L είναι οι προβολές του C στις MN και PQ. Αποδείξτε ότι KLPM εγγράψιμο.

BMO 2013.



Οι παρεγγεγραμμένοι κύκλοι εφάπτονται στα σημεία M,N,P,Q. Τα σημεία K,L είναι οι προβολές του C στις MN και PQ. Αποδείξτε ότι KLPM εγγράψιμο.

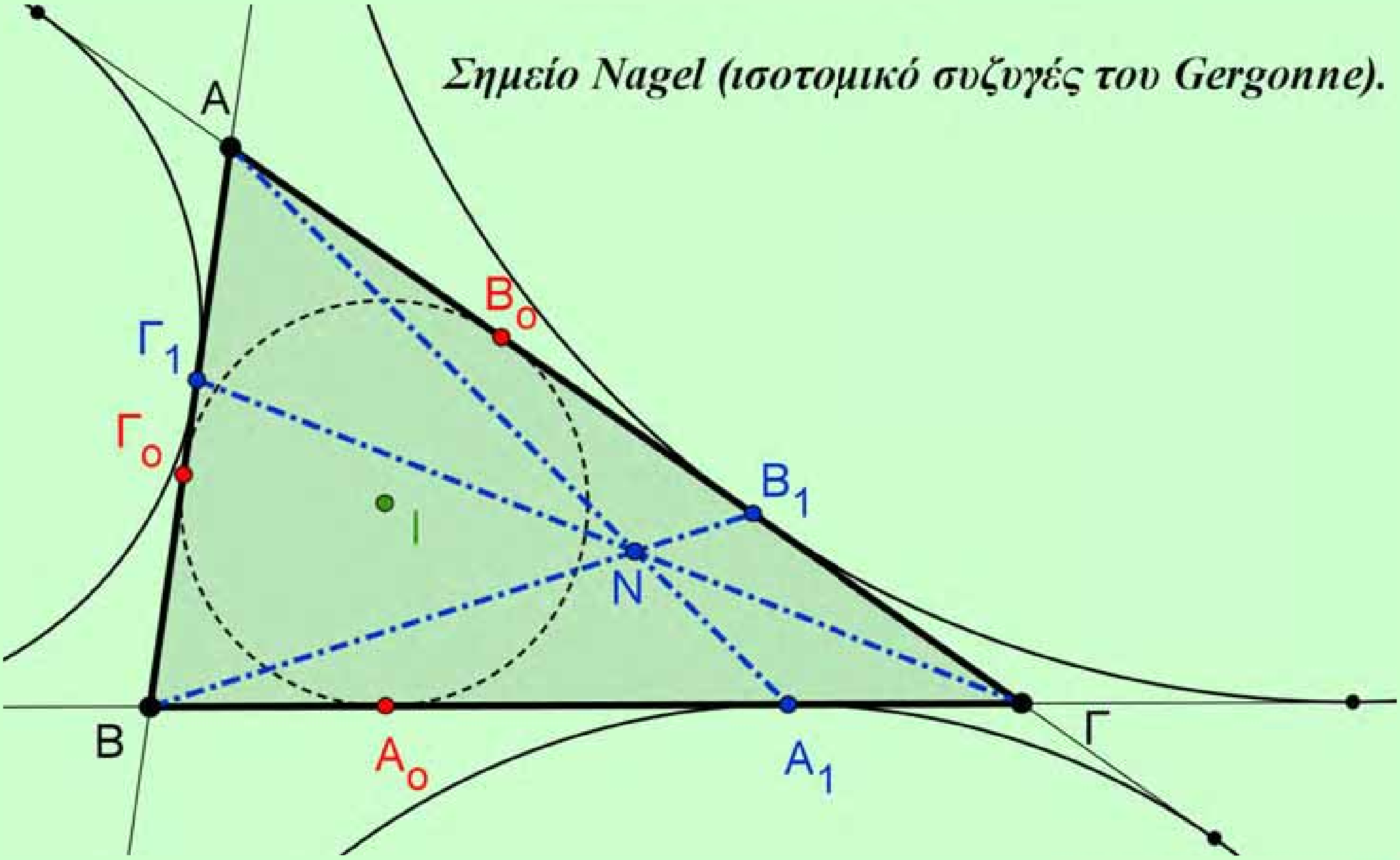
Αποδεικνύουμε ότι τα τρίγωνα AIB και KCL είναι όμοια.

$$CK = (\tau-\alpha)\cdot\cos\frac{\hat{B}}{2}$$

$$CL = (\tau-\beta)\cdot\cos\frac{\hat{A}}{2}$$

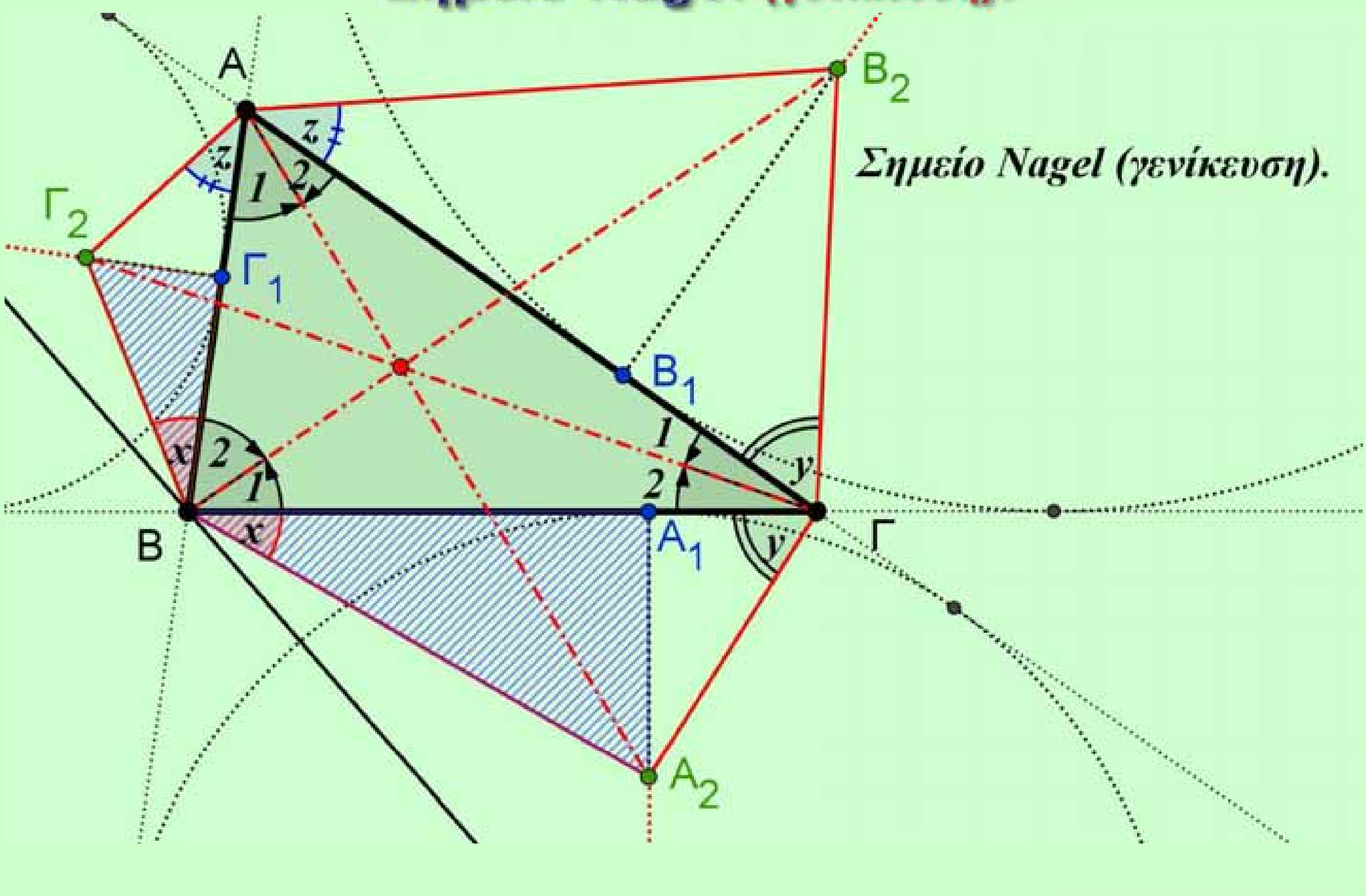
Σημείο Nagel.

Σημείο Nagel (ισοτομικό συζυγές του Gergonne).

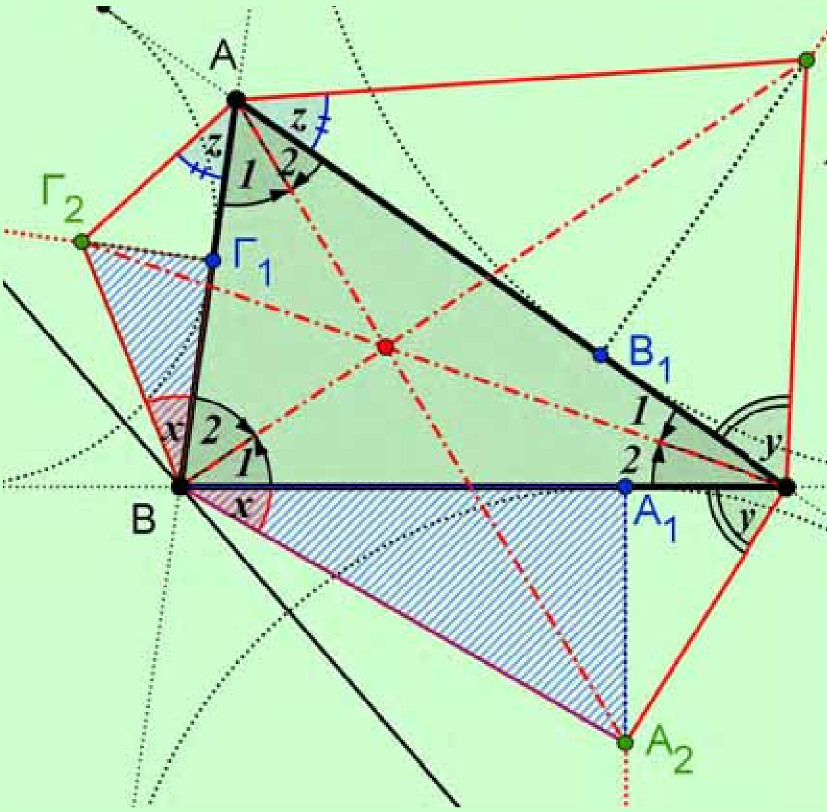


Σημείο Nagel (γενίκευση).

Σημείο Nagel (γενίκευση).



Σημείο Nagel (γενίκευση).



Σημείο Nagel (γενίκευση).

$$\frac{\eta\mu\hat{A}_1}{\eta\mu\hat{A}_2}=\frac{\eta\mu(\hat{B}+\hat{x})}{\eta\mu(\hat{\Gamma}+\hat{y})}\cdot\frac{BA_2}{\Gamma A_2}$$

$$\frac{\eta\mu\hat{B}_1}{\eta\mu\hat{B}_2}=\frac{\eta\mu(\hat{\Gamma}+\hat{y})}{\eta\mu(\hat{A}+\hat{z})}\cdot\frac{\Gamma B_2}{AB_2}$$

$$\frac{\eta\mu\hat{\Gamma}_1}{\eta\mu\hat{\Gamma}_2}=\frac{\eta\mu(\hat{A}+\hat{z})}{\eta\mu(\hat{B}+\hat{x})}\cdot\frac{A\Gamma_2}{B\Gamma_2}$$