

Σχετικά με την Εκπαίδευση Εκπαιδευτικών και τα Βασικά Προβλήματα της διδασκαλίας των Μαθηματικών

Ryszard J. Pawlak

Πανεπιστήμιο του Łódź (Uniwersytet Łódzki)
rysard.pawlak@wmii.uni.lodz.pl

Απόδοση στα ελληνικά

Παναγιώτα Κασκαούτη¹ & Κωνσταντίνος Τάτσης²

Υποψ. Διδακτόρισα, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Εθνικών και
Καποδιστριακών Πανεπιστημίων Αθηνών, ²Καθηγητής, Παιδαγωγικό Τμήμα
Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Απόδοση στα Ελληνικά με έγγραφη άδεια από το πρωτότυπο κείμενο στα
Αγγλικά το οποίο δημοσιεύθηκε στο επιστημονικό περιοδικό *Didactica
Mathematicae* (Print ISSN: 0208-8916, Online ISSN: 2353-0960;
<https://wydawnictwa.ptm.org.pl/index.php/didactica-mathematicae>) που
εκδίδεται από την Πολωνική Μαθηματική Εταιρεία. Το άρθρο διατίθεται
ελεύθερα εδώ: <https://wydawnictwa.ptm.org.pl/index.php/didactica-mathematicae/article/view/7030/6453>

Pawlak, R. L. (2019). On teacher education and on key problems of teaching
mathematics. *Didactica Mathematicae*, 41, 123–134.
<https://doi.org/10.14708/dm.v41i0.7029>

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Καθηγήτρια Ζ. Κριγκόφσκα στο άρθρο της, με το οποίο άνοιγε το πρώτο τεύχος του περιοδικού της Πολωνικής Μαθηματικής Εταιρείας (PTM) *Διδακτική των Μαθηματικών* (*Didaktyka Matematyki*; Krygowska, 1981) σημείωνε ότι ο/η εκπαιδευτικός και η προετοιμασία του/της, και συνεπώς τα προβλήματα της διδασκαλίας των Μαθηματικών, ποτέ δεν είναι ανιστορικά (ahistoric). Ζούμε εδώ και τώρα, οι μαθητές μας¹ (φοιτητές, υποψήφιοι διδάκτορες) είναι βυθισμένοι στον σύγχρονο χρόνο και στην τρέχουσα μορφή ύπαρξης. Το διαδίκτυο, τα παιχνίδια στον υπολογιστή, οι σημαντικές υπολογιστικές δυνατότητες ακόμη και των έξυπνων τηλεφώνων (και, πιο συγκεκριμένα, οι σχετικές εφαρμογές) φαίνεται να επιλύουν πολλές από τις ανάγκες που κάποτε καλύπτονταν από τις μαθηματικές δεξιότητες. Τα Μαθηματικά γίνονται πιο χρήσιμα και, ταυτόχρονα, λιγότερο αντιληπτά από τους ανθρώπους (μια λεγόμενη «χρησιμότητα στο παρασκήνιο»). Αυτό που πριν από 10 χρόνια ήταν ένα ισχυρό στοιχείο ενεργοποίησης, παύει τώρα να αποτελεί πρόβλημα.

Επομένως, δεν προκαλεί έκπληξη το γεγονός ότι εξακολουθούν να διεξάγονται συζητήσεις για τη Μαθηματική Εκπαίδευση, για τα προβλήματα, τις προκλήσεις, τους στόχους της, κ.λπ. Για παράδειγμα, πρόσφατα υπήρξε μια πολύ ενδιαφέρουσα συζήτηση που ξεκίνησε από την επιστολή του καθηγητή M. Sysło (2019) προς την ομάδα της Διδακτικής. Οι μαθητές (καθώς και οι γονείς τους) αντιλαμβάνονται συχνά τα Μαθηματικά μέσα από το πρίσμα των υπολογιστικών δυνατοτήτων των έξυπνων τηλεφώνων και των υπολογιστών. Ακόμη και μορφωμένοι άνθρωποι λένε ότι όλη η «γνώση είναι στο διαδίκτυο». Άνθρωποι που υποθέτουν ότι δεν θα χρειαστεί να χρησιμοποιήσουν τα Μαθηματικά στη (μελλοντική) εργασία τους, ρωτούν συχνά:

Για ποιο λόγο διδάσκουμε Μαθηματικά στο σχολείο;

Φυσικά, μπορεί κανείς να μιλήσει για στόχους, στρατηγικές, κ.λπ., αλλά πιστεύω ότι, και σε αυτήν την περίπτωση, η υπερβολική «επιστημονική (τυπική) γλώσσα» θα συσκοτίσει την κύρια ιδέα του προβλήματος που εξετάζεται. Παρακάτω, θα επισημάνω μόνο τέσσερα στοιχεία τα οποία, κατά τη γνώμη μου, πρέπει να αποτελούν το θεμέλιο των υποτιθέμενων στόχων

¹ Από το σημείο αυτό και εξής, για λόγους οικονομίας χώρου και μόνο, χρησιμοποιείται ένα μόνο γραμματικό γένος.

της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο πλαίσιο των δραστηριοτήτων των εκπαιδευτικών στο σχολείο.

Απόκτηση βασικών αριθμητικών και γεωμετρικών δεξιοτήτων. Παρά τις συνεχώς βελτιούμενες ηλεκτρονικές συσκευές, είναι πολύ σημαντικό οι άνθρωποι να χρησιμοποιούν τόσο την ορολογία όσο και τις δεξιότητες στους τομείς της γεωμετρίας και της αριθμητικής. Έχω πειστεί για την εγκυρότητα αυτής της υπόθεσης, π.χ., στην εφορία κατά τον υπολογισμό του οφειλόμενου μεριδίου μιας κληρονομιάς (προσθήκη κλασμάτων με διαφορετικούς παρονομαστές).

Ικανότητα λογικής ανάλυσης γεγονότων με βάση ακριβώς καθορισμένες θεμελιώσεις και αυστηρά καθορισμένους τρόπους συλλογισμού. Αυτό είναι ένας «λίθος της ανθρώπινης ωριμότητας» (μεταξύ άλλων απαραίτητων στοιχείων που σχετίζονται με ανθρωπιστικά μαθήματα, βιολογικές επιστήμες, κ.λπ.). Πώς να το κάνουμε; Νομίζω ότι ένα από τα στοιχεία (ένα παράδειγμα λύσης) θα ήταν η «υπολογιστική σκέψη», την οποία ανέφερε ο καθηγητής M. Sysło. Ωστόσο, είναι οι εκπαιδευτικοί προετοιμασμένοι για αυτό το είδος δραστηριότητας;

Η ικανότητα ανεξάρτητης απόκτησης μαθηματικής γνώσης και κατανόησής της. Αυτή είναι μια «ανάγκη της στιγμής». Δεν μπορούμε να διδάξουμε (μαθητές, υποψήφιους διδάκτορες) όλα όσα θα χρειαστούν στο μέλλον (π.χ. όταν θα γράφουν αλγόριθμους για τρισδιάστατους εκτυπωτές). Ο σύγχρονος άνθρωπος θα πρέπει να είναι σε θέση να επεκτείνει τη μαθηματική του γνώση όταν αντιμετωπίζει νέες προκλήσεις (οι οποίες αυτή τη στιγμή μπορεί να μην υπάρχουν καθόλου). Σχετικά με το θέμα της κατανόησης των γνωστών «μαθηματικών γεγονότων» θα μπορούσε κανείς να γράψει μια αρκετά μεγάλη διατριβή, αλλά μια βασική παρατήρηση είναι σημαντική: εάν ένας μαθητής μαθαίνει τα Μαθηματικά κυρίως «από μνήμης», τότε σίγουρα δεν είναι προετοιμασμένος να επεκτείνει τις γνώσεις του. Εάν ο εκπαιδευτικός έκανε το ίδιο καθ' όλη τη διάρκεια της εκπαίδευσής του (κάτι που συμβαίνει συχνά με τους εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης), οι μαθητές του σίγουρα θα κάνουν το ίδιο. Έτσι, μια σημαντική σκέψη με την ευκαιρία αυτή είναι ότι θα πρέπει να αγωνιστούμε ώστε οι εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης να εξοικειωθούν με στοιχεία ανώτερων Μαθηματικών (έστω σε μικρό βαθμό).

Αντίληψη της ύπαρξης (μη τετριμμένων) μαθηματικών εργαλείων που επιτρέπουν την ερμηνεία (ανάλυση, περιγραφή) της πραγματικότητας. Εάν ένα άτομο δεν γνωρίζει τίποτα για τις παραγώγους, τότε σίγουρα δεν θα σκεφτεί

καλές μεθόδους βελτιστοποίησης ή στοιχεία που σχετίζονται με την ανάλυση δεδομένων, τις μεταφορές, κ.λπ. Πρέπει να τονίσω ότι δεν πρόκειται για ένα πολύ προηγμένο μαθηματικό εργαλείο (π.χ. διαφορικές εξισώσεις «για όλους» στο σχολείο), αλλά ότι ο καθένας μπορεί να δει ότι τέτοια εργαλεία υπάρχουν και είναι χρήσιμα (ακόμη και με τα απλούστερα παραδείγματα).

Πρέπει να τονίσω ότι διατυπώνω τους παραπάνω στόχους έχοντας κατά νου τα «Μαθηματικά για όλους» (Semadeni, 2009).

Ωστόσο, το ερώτημα που διατυπώθηκε παραπάνω πρέπει επίσης να αναλυθεί στο πλαίσιο της συμβολικής αλληλεπίδρασης –έχει ένα «δεύτερο επίπεδο», το οποίο είναι η *έλλειψη κινήτρου για τη μάθηση των Μαθηματικών*. Αυτό αποδεικνύεται από ορισμένα σχόλια που υποδεικνύουν ότι, π.χ., οι εξισώσεις μπορούν να λυθούν με εφαρμογές σε ένα έξυπνο τηλέφωνο ή χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα υπολογιστή. Γιατί λοιπόν να ασχοληθούν οι μαθητές με αυτόν τον τομέα; Ακόμα κι αν πρόκειται να γίνουν μηχανικοί στο μέλλον. Ως εκ τούτου, ο απλός τρόπος είναι να προτείνουμε λύσεις όπως η κατάργηση των Μαθηματικών ως υποχρεωτικό μάθημα στις απολυτήριες εξετάσεις. Επομένως, ένα σημαντικό καθήκον για έναν σύγχρονο εκπαιδευτικό είναι να *οικοδομήσει ένα πεδίο ενεργοποίησης*.

Αυτό είναι ένα πολύ ευρύ ζήτημα. Ωστόσο, πρέπει να δοθεί προσοχή σε δύο πολύ σημαντικά στοιχεία: την αίσθηση της επιτυχίας και την κατανόηση των μαθηματικών γεγονότων. Η επιτυχία είναι πάντα ένα ερέθισμα που παρακινεί σε περαιτέρω προκλήσεις. Αντί για σχολιασμό σχετικά με την «κατανόηση» θα παραθέσω τη δήλωση του καθηγητή Bers: *Όμως, πιστεύω ότι τα Μαθηματικά είναι ευχάριστα, επειδή όταν δουλεύουμε πάνω σε μαθηματικά προβλήματα υπάρχουν στιγμές που ξαφνικά όλα αρχίζουν να βγάζουν νόημα και κατανοούμε σε βάθος αυτό που κάνουμε*.

Ποιες προϋποθέσεις πρέπει να πληρούνται για να επιτευχθούν οι προαναφερθέντες στόχοι;

1. Η εξελικτικά προσανατολισμένη μαθηματική εκπαίδευση, προς τους παραπάνω στόχους.
2. Η σύγχρονη προετοιμασία των εκπαιδευτικών, συμπεριλαμβανομένης της σαφούς υποστήριξης των εν ενεργεία εκπαιδευτικών.
3. Η ανάγκη διεξαγωγής εκπαιδευτικής έρευνας (με ιδιαίτερη έμφαση στη διδακτική των Μαθηματικών).

Ας ξεκινήσουμε με την «εξέλιξη». Χρησιμοποίησα αυτή τη λέξη επειδή η «μεταρρύθμιση» χρησιμοποιείται πολύ συχνά και εξίσου συχνά έχει είτε τον

χαρακτήρα μιας «επαναστατικής αλλαγής», είτε, αντίστροφα, επιφανειακών τροποποιήσεων που δεν φέρνουν τίποτα νέο. Πιστεύω ότι οι αλλαγές πρέπει να έχουν τη φύση της εξέλιξης που στοχεύει στην επίτευξη συγκεκριμένων στόχων. Στο πλαίσιο αυτών των δραστηριοτήτων, η σωστή προετοιμασία τόσο των εν ενεργεία εκπαιδευτικών όσο και των φοιτητών που προετοιμάζονται για το επάγγελμα του εκπαιδευτικού θα ήταν ένα σημαντικό στοιχείο.

Κατά τη γνώμη μου, το βασικό στοιχείο της εξέλιξης θα πρέπει να είναι *μια τροποποίηση των βασικών προγραμμάτων σπουδών, ώστε ο δάσκαλος να έχει πολύ χρόνο για την εφαρμογή των δικών του διδακτικών ιδεών*.

Η καθηγήτρια Gruszczyk-Koleczyńska (2012) πρότεινε ότι (απλοποιημένα) όσο προχωρά η σχολική εκπαίδευση, τα μαθηματικά ενδιαφέροντα (ικανότητες) των μαθητών «στατιστικά» μειώνονται. Αυτή είναι μια πολύ αληθινή δήλωση. Υπάρχουν πολλοί λόγοι για αυτό, δεν θέλω να το αναλύσω πολύ διεξοδικά. Δεν είναι δύσκολο να παρατηρήσει κανείς ένα συγκεκριμένο φαινόμενο: για παράδειγμα, ορισμένοι μαθητές μπορεί αρχικά ενδιαφέρονται για μια συγκεκριμένη θεματική. Αλλά στη συνέχεια δυσκολεύουμε αυτή τη θεματική. Όλο και πιο σύνθετες ασκήσεις εμφανίζονται. Μια αυξανόμενη μερίδα μαθητών αρχίζει να μην αποδίδει καλά και μια αποστροφή ενισχύεται μέσα τους. Υπάρχουν και αντίστροφες καταστάσεις (σπάνια, και ισχύει για μια μερίδα ιδιαίτερα ταλαντούχων μαθητών), στις οποίες οι μαθητές θέλουν περισσότερα και ενδιαφέρονται για την επέκταση ενός δεδομένου θέματος. Σε αυτήν την περίπτωση, υπάρχει η επιλογή να δοθεί στον (καλά προετοιμασμένο) εκπαιδευτικό η ευκαιρία να σκεφτεί προσεκτικά τα αναδυόμενα διδακτικά προβλήματα! Ωστόσο, έχουμε εξετάσεις, υπερφορτωμένο πρόγραμμα σπουδών, πρέπει να προετοιμάσουμε (μερικοί από αυτούς λένε πιο ρητά: «να εκπαιδεύσουμε») τους μαθητές για την εξέταση. Για αυτό το λόγο υποστηρίζω την ιδέα του καθηγητή M. Sysło: πρέπει να υπάρχει μια επιλογή. Τι, από ποιον, σε ποιο βαθμό; Αυτό πρέπει να αποτελέσει αντικείμενο συζήτησης, αλλά ένα σημαντικό στοιχείο εδώ είναι οι εξετάσεις.

Το επόμενο συμπέρασμά μου είναι: το δεύτερο στοιχείο της «εξέλιξης» που πρέπει να επεξεργαστεί θα πρέπει να είναι *μια έξυπνη μεταρρύθμιση των εξετάσεων*. Η έρευνα PISA δείχνει ότι υπάρχουν ενδιαφέρουσες ερωτήσεις (χρησιμοποιώντας τη σημερινή γλώσσα: για το βασικό προφίλ) που δεν απαιτούν πολύ ευρεία και σύνθετη μαθηματική γνώση. Πιστεύω ότι η καλή κατανόηση ορισμένων γεγονότων είναι πιο πολύτιμη από την «ενίσχυση της

απόδοσης» χωρίς κατανόηση των ιδεών τους ή της ανάγκης να τα γνωρίζουμε. Σε σύντομο χρονικό διάστημα, οι δεξιότητες που αποκτήθηκαν με αυτόν τον τρόπο ξεχνιούνται γρήγορα και, επομένως, η πραγματική τους αξία είναι αμελητέα. Σε αυτό το πλαίσιο, πρέπει να θυμόμαστε τους ιδιαίτερα ταλαντούχους μαθητές. Πρέπει να προχωρήσουμε ένα βήμα πιο πέρα μαζί τους. Πώς να τα συμβιβάσουμε αυτά; –υπάρχουν πολλές λύσεις εδώ, αλλά εστιάζω κυρίως στα «Μαθηματικά για όλους».

Πολλοί άνθρωποι προτείνουν τη μεταφορά προσεγγίσεων από άλλες χώρες. Το πρόβλημα είναι ότι πολλά πολύτιμα ξένα επιτεύγματα και λύσεις δεν είναι πάντα εύκολο να μεταφερθούν στις δικές μας συνθήκες.

Ανεξάρτητα από την επαλήθευση των δικών μας ιδεών, θα άξιζε να ελέγξουμε πώς θα λειτουργούσαν ορισμένες λύσεις από τις ΗΠΑ, τις σκανδιναβικές ή ασιατικές χώρες στη δική μας πραγματικότητα. Ίσως να μην λειτουργούσαν καθόλου, ή ίσως μερικές από αυτές θα μπορούσαν να τροποποιηθούν ελαφρώς και πολλά πράγματα θα μπορούσαν να βελτιωθούν. Ίσως αξίζει να διερευνήσουμε (εξετάζοντας, και όχι απλώς αποδεχόμενοι «χωρίς απόδειξη») τι θα μπορούσε να αλλάξει στην Πολωνική εκπαίδευση για να μπορέσουμε να δεχτούμε ορισμένα στοιχεία αυτών των λύσεων. Εδώ αγγίζουμε ένα πολύ σημαντικό πρόβλημα: την έρευνα στον τομέα της διδακτικής των Μαθηματικών. Ωστόσο, για να το επιτύχουμε αυτό, *πρέπει να έχουμε εκπαιδευτικούς καλά προετοιμασμένους να εκτελέσουν αυτά τα καθήκοντα*. Στη σχολική εκπαίδευση, ο εκπαιδευτικός έπαψε να είναι η μόνη πηγή πληροφοριών, αλλά έγινε ένας σημαντικός εμψυχωτής της οικοδόμησης γνώσης, της κατανόησης των Μαθηματικών και των αναγκών του σύγχρονου ανθρώπου να τα χρησιμοποιήσει. Επομένως, η μεταρρύθμιση πρέπει να ξεκινήσει από τους εκπαιδευτικούς. Σε καμία περίπτωση δεν υπονομεύω τις ικανότητές τους, αλλά (όπως οι μηχανικοί ή οι γιατροί) πρέπει όχι μόνο να εμπλουτίζουν συστηματικά την «εργαλειοθήκη» τους, αλλά ακόμη και να την αλλάζουν, να την τροποποιούν, να την βελτιώνουν και να την προσαρμόζουν στις ανάγκες της σύγχρονης εποχής.

Μια μικρή παρέκβαση: κατά τη διάρκεια του τελευταίου έτους προετοίμαζα (μαζί με μια ομάδα πολύ αφοσιωμένων συναδέλφων) ένα νέο πρόγραμμα εκπαίδευσης εκπαιδευτικών στη σχολή μας. (Φυσικά, δεν μπόρεσα να λάβω άδεια για μαθήματα τύπου άλγεβρας μόνο για την ειδικότητα διδασκαλίας λόγω οικονομικών περιορισμών, αλλά ελπίζω να αντιμετωπίσω αυτήν την κατάσταση με έναν ελαφρώς διαφορετικό τρόπο). Προετοιμάστηκα για αυτό το έργο πολύ προσεκτικά. Ανέλυσα τις απόψεις των εν ενεργεία

εκπαιδευτικών (ενδιαφέρον γεγονός: όταν ρώτησα τι θεωρούν ως την κύρια έλλειψη στην προετοιμασία για το επάγγελμα, ανέφεραν πιο συχνά *την ικανότητα να συζητούν με τους γονείς*), των φοιτητών (τι είδους εκπαιδευτικούς θα ήθελαν να έχουν), των ακαδημαϊκών δασκάλων, των φοιτητών-μελλοντικών δασκάλων, των υποψηφίων διδασκόντων, εν μέρει και των γονέων παιδιών από Δημοτικά Σχολεία. Από τα δεδομένα που συγκεντρώθηκαν, αναδύθηκε μια συγκεκριμένη εικόνα ενός σύγχρονου σχολείου, το οποίο αντανακλά και τις ανάγκες των εκπαιδευτικών.

Από τις δηλώσεις των εκπαιδευτικών και των μαθητών, αναδύεται επιπλέον κάτι πολύ σημαντικό: σε πολλές περιπτώσεις, *οι μαθητές (ή στην πραγματικότητα οι γονείς τους!)* δεν βλέπουν την ανάγκη να μάθουν *Μαθηματικά* (ενδεικτική δήλωση: «κανείς στο περιβάλλον μου δεν χρησιμοποίησε ποτέ τη συνάρτηση ημιτόνου»). Αυτό δεν είναι το ίδιο με την απροθυμία που προκαλείται από την έλλειψη επιτυχίας, είναι η έλλειψη παρατήρησης των οφελών της μάθησης των Μαθηματικών (γνωρίζουμε αυτά τα οφέλη, αλλά η δυσκολία έγκειται στην πειθώ, στην ενεργοποίηση των μαθητών και των γονέων τους). Το έχω ελέγξει προσωπικά –επιχειρήματα όπως τα παρακάτω δεν βοηθούν: *τα Μαθηματικά διδάσκουν τη λογική σκέψη· χάρη στις τριγωνομετρικές συναρτήσεις είναι δυνατή η επίλυση, π.χ., γεωδαιτικών προβλημάτων*. Θα προτείνω μια ιδέα (μπορεί να χρειαστεί να την υπερασπιστώ σε ορισμένα συνέδρια): *δεν υπάρχουν καθολικές λύσεις ενεργοποίησης*. Το συμπέρασμα είναι ότι *ο εκπαιδευτικός πρέπει να είναι προετοιμασμένος διεξοδικά για το έργο της ενεργοποίησης*, συμπεριλαμβανομένου του να είναι προετοιμασμένος διεξοδικά ως προς το περιεχόμενο.

Στο τέλος αυτής της παραγράφου, η προσωπική μου σκέψη: στα σχολικά μου χρόνια κανείς (ρητά) δεν αναρωτιόταν αν άξιζε να μάθει «ημίτονο» και άλλα πράγματα. Τώρα είναι εντελώς διαφορετικά. Οι μαθητές (των οποίων οι γονείς είναι πολύ νεότεροι από εμένα) δεν χρειάζεται να ασχοληθούν με τα Μαθηματικά σε καθημερινές καταστάσεις. Στα καταστήματα υπάρχουν μηχανές που μετρούν, η απόσταση (μήκος) μετριέται με λέιζερ, οι υπολογισμοί γίνονται χρησιμοποιώντας μια αριθμομηχανή έξυπνου τηλεφώνου, και τα ποσοστά, οι παράγωγοι και τα ολοκληρώματα υπολογίζονται από προγράμματα, όπως το Wolfram Alpha, το οποίο είναι επίσης διαθέσιμο σε ένα έξυπνο τηλέφωνο. Επί του παρόντος, η διαδικασία ενεργοποίησης είναι πολύ πιο δύσκολη.

Με αυτόν τον τρόπο φτάνουμε στο δεύτερο σημείο: σύγχρονη προετοιμασία των εκπαιδευτικών, συμπεριλαμβανομένης της σαφούς βοήθειας για τους εν ενεργεία εκπαιδευτικούς. Κατά τη γνώμη μου, η εκπαιδευτική εξέλιξη που αναφέρθηκε στο πρώτο σημείο θα πρέπει να εφαρμοστεί παράλληλα με την κατάλληλη προετοιμασία των εκπαιδευτικών (η καθηγήτρια E. Swoboda είχε πολύ ακριβείς επισημάνσεις σε αυτό το θέμα).

Η ουσιαστική προετοιμασία των εκπαιδευτικών στα Μαθηματικά είναι πολύ σημαντική, με ιδιαίτερη έμφαση στην κατανόηση μεμονωμένων στοιχείων, στις ερμηνευτικές δεξιότητες και στην ικανότητα αυτόνομης επέκτασης της γνώσης. Σε μια ομάδα μαθηματικών, δεν χρειάζεται να τα αιτιολογήσω αυτά λεπτομερώς. Κατά την προετοιμασία του νέου προγράμματος εκπαίδευσης εκπαιδευτικών στη σχολή μας, φροντίσαμε οι φοιτητές μας να είναι καλά προετοιμασμένοι τόσο στον τομέα των βασικών γνώσεων όσο και να έχουν την ευκαιρία να επεκτείνουν ποικιλοτρόπως αυτές τις γνώσεις (επίλυση προβλημάτων από μαθηματικούς διαγωνισμούς, εκλαΐκευση της μαθηματικής γνώσης, αλλά και πρόσθετα μαθήματα στον τομέα των θεωρητικών Μαθηματικών, π.χ., δυναμικά συστήματα).

Οι παιδαγωγικές-διδασκτικές πτυχές της προετοιμασίας των εκπαιδευτικών είναι εξίσου σημαντικές. Δεν ξέρω αν θα είναι δυνατό να επιλεγεί το διδακτικό περιεχόμενο στο μέλλον, πόσες ώρες θα διατεθούν για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, τι τεχνικά μέσα θα έχει στη διάθεσή του ένας εκπαιδευτικός (και οι μαθητές), τι και πώς θα διδάξουμε. *Ο εκπαιδευτικός πρέπει να είναι προετοιμασμένος επαρκώς.* Στο σύγχρονο σχολείο, ο εκπαιδευτικός πρέπει, μαζί με την κατανόηση των μαθηματικών γεγονότων, να κατανοεί τις ψυχολογικές και παιδαγωγικές διαδικασίες που συμβαίνουν σε συγκεκριμένα στάδια μάθησης. Για παράδειγμα, ο εκπαιδευτικός πρέπει να γνωρίζει ότι η δήλωση «*Είμαι ανθρωπιστής, οπότε δεν ξέρω Μαθηματικά*» δεν είναι ένδειξη «*ανοησίας*», αλλά ένα στοιχείο ενός αμυντικού μηχανισμού (θεωρία Maslow), φυσικού στην περίπτωση πολυάριθμων αποτυχιών (η ανθρώπινη ψυχή, στην περίπτωση αποτυχιών, ενεργοποιεί αμυντικούς μηχανισμούς).

Ο εκπαιδευτικός πρέπει να γνωρίζει και να κατανοεί τις βασικές αρχές της διδακτικής των Μαθηματικών και να τις μεταφέρει ανεξάρτητα σε μεθοδολογικές λύσεις σχετικά με συγκεκριμένο περιεχόμενο. Η παρακίνηση, για την οποία έγραψα νωρίτερα, μπορεί να βασίζεται σε διάφορες προϋποθέσεις: την ιστορία των Μαθηματικών, τη χρησιμότητα (αλγόριθμοι, υπολογιστές, οικονομία, βιολογία, μετεωρολογία...), αλλά μπορεί επίσης να

σχετίζεται με τα σύγχρονα Μαθηματικά. Οι μαθητές διαβάζουν (ακόμη και στον ημερήσιο τύπο) για το χάος, για την υπόθεση Riemann. Ίσως θα πρέπει να τους μιλήσετε γι' αυτό (όχι απαραίτητα λεπτομερώς, με τον ορισμό και την απόδειξη θεωρημάτων, εκτός αν παρατηρήσετε ότι υπάρχει ενδιαφέρον...).

Δεν επιθυμώ να επεκτείνω αυτό το ζήτημα, αλλά η προετοιμασία των εκπαιδευτικών πρέπει επομένως να περιλαμβάνει: την ανάπτυξη των δεξιοτήτων για την εκλαΐκευση της μαθηματικής γνώσης και τη συζήτηση για τα Μαθηματικά, την επιλογή και στοιχειοθέτηση του μαθηματικού περιεχομένου, την ικανότητα εργασίας σε (επιλεγμένα) ζητήματα που σχετίζονται με μαθηματικούς διαγωνισμούς (είναι προβληματικό όταν ο εκπαιδευτικός είναι απρόθυμος να εργαστεί σε καθήκοντα διαγωνισμών), την προετοιμασία στην Πληροφορική (γραφή προγραμμάτων, δημιουργία ιστοσελίδας, στοιχεία βάσης δεδομένων, κ.λπ.).

Πώς να προετοιμάσουμε τους εκπαιδευτικούς; Περίπου 8 χρόνια πριν, στην *Παιδαγωγική Επετηρίδα* της Πολωνικής Ακαδημίας Επιστημών (*Pedagogical Annual of the Polish Academy of Sciences*), δημοσίευσα ένα άρθρο με τίτλο *Μια νέα προσέγγιση εκπαίδευσης φοιτητών στο πλαίσιο της προετοιμασίας για το επάγγελμα του εκπαιδευτικού* (Pawlak, 2011). Αυτό το άρθρο ήταν απόρροια μιας συζήτησης που έλαβε χώρα στο Γενικό Συμβούλιο Ανώτατης Εκπαίδευσης. Παρακάτω, θα παρουσιάσω ορισμένα στοιχεία από αυτό το άρθρο:

Καταρχάς, θα ήθελα να τονίσω, ότι κατά τη γνώμη μου, η καταλληλότερη πορεία απόκτησης παιδαγωγικής γνώσης παρουσιάζεται στο ακόλουθο διάγραμμα:

θεωρία → πρακτική επαλήθευση → συζήτηση επίλυσης προβλημάτων

Ιδιαίτερη προσοχή σε αυτό το άρθρο (το οποίο δικαιολογείται από τη φύση του επιστημονικού περιοδικού) δόθηκε στη ψυχολογική και παιδαγωγική προετοιμασία των εκπαιδευτικών. Παρατήρησα, μεταξύ άλλων, ότι:

(...) η σχολική πρακτική (τόσο η συνεχής όσο και στο πλαίσιο των διδακτικών μαθημάτων) πολύ συχνά δεν δείχνει την πραγματική εικόνα του σχολείου (επιλεγμένες τάξεις, παρουσία του εκπαιδευτικού κατά τη διάρκεια του μαθήματος καθώς και των επισκεπτών). Πραγματικά προβλήματα ανακύπτουν μόνο όταν ο απόφοιτος στέκεται μπροστά στην τάξη και πρέπει να λύσει τα

αναδυόμενα προβλήματα (τόσο ουσιαστικά όσο και παιδαγωγικά προβλήματα επαφής με τους γονείς, ανάλυση της θέσης των μαθητών στην τάξη, κ.λπ.). Οποιαδήποτε θεωρητική προετοιμασία (συμπεριλαμβανομένων των πρακτικών) δεν παρέχει επαρκείς βάσεις για την αναζήτηση τέτοιων λύσεων.

Θα ήθελα να τονίσω ότι εκτιμώ πλήρως τον ρόλο της σχολικής πρακτικής στη διαδικασία προετοιμασίας για το επάγγελμα του εκπαιδευτικού, αλλά πιστεύω ότι αυτό είναι μόνο ένα προκαταρκτικό στοιχείο.

Γι' αυτό πρότεινα (και εξακολουθώ να υποστηρίζω τη θέση μου) ότι μετά την αποφοίτηση, ο εκπαιδευτικός θα πρέπει να υποβληθεί σε μονοετή πρακτική άσκηση με τις ακόλουθες προϋποθέσεις:

- λίγες ώρες διδασκαλίας (8-10 την εβδομάδα), οι οποίες όμως πραγματοποιούνται ανεξάρτητα
- υποχρεωτικά (!) σεμινάρια στο πανεπιστήμιο (παιδαγωγικά και ψυχολογία, διδακτική).

Στο πλαίσιο των προαναφερθέντων σεμιναρίων, θα υπήρχε μια «σύγκρουση» πραγματικών ψυχολογικών, παιδαγωγικών και διδακτικών προβλημάτων με τις λύσεις που προτείνονται από τη σύγχρονη επιστήμη σε αυτούς τους τομείς. Η μορφή του σεμιναρίου θα εστίαζε το θεματικό πεδίο στις πραγματικές (ρεαλιστικές) ανάγκες των εκπαιδευτικών και στην ανταλλαγή αρχικών εμπειριών.

Θα ήθελα να προτείνω υποχρεωτικές (δωρεάν) μεταπτυχιακές σπουδές για τους εν ενεργεία εκπαιδευτικούς κάθε πέντε χρόνια, με ταυτόχρονη μείωση του αριθμού των ωρών διδασκαλίας στο σχολείο, οι οποίες, εκτός από τα στοιχεία που αναφέρθηκαν παραπάνω, θα περιείχαν 1-2 μαθήματα Μαθηματικών, εκτός του πεδίου των διδακτικών, ψυχολογικών και παιδαγωγικών μαθημάτων.

Στην περίπτωση των παιδαγωγικών μαθημάτων (συμπεριλαμβανομένης της διδακτικής και της μεθοδολογίας), η ανταλλαγή εμπειριών (συμπεριλαμβανομένων αυτών που λαμβάνονται από τη βιβλιογραφία) μεταξύ των εκπαιδευτικών, με συντονισμό από έναν ακαδημαϊκό δάσκαλο, θα ήταν μεγάλης αξίας. Σε αυτήν την περίπτωση θα μπορούσε κανείς να μιλήσει για «πρακτικές μελέτες περίπτωσης» (practical case studies), τη μέθοδο των οποίων θα αναπτύξω λίγο περισσότερο στο συμπέρασμα. Στο πλαίσιο των μαθημάτων Μαθηματικών, ιδιαίτερη προσοχή θα πρέπει να δοθεί στην εκμάθηση νέων εννοιών από τους εκπαιδευτικούς. Αυτό

σχετίζεται τόσο με την επέκταση της γνώσης όσο και με την ανάκληση διαδικασιών (συναισθημάτων) που συνοδεύουν την απόκτηση μαθηματικής γνώσης.

Εδώ ερχόμαστε σε ένα πολύ κρίσιμο ζήτημα: *την έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*. Θα επανέλθω στην παρατήρηση που έκανε η καθηγήτρια Z. Krygowska σχετικά με τον ανιστορικό χαρακτήρα της Διδακτικής των Μαθηματικών. Δεν υπάρχουν διδακτικές προτάσεις που να είναι καλές πάντα και για όλους. Έχω ήδη επισημάνει ότι δεν αλλάζουν μόνο τα εργαλεία που έχουν οι μαθητές και οι γονείς τους στο περιβάλλον τους, αλλά υπάρχει επίσης μια ριζική αλλαγή στις απόψεις για τις λειτουργίες του σχολείου και τις απαιτήσεις που αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευτικοί. Υπάρχουν μερικές (όχι πάντα λογικές) προτάσεις των μέσων ενημέρωσης εδώ. Έτσι, η ανάγκη υποστήριξης των εκπαιδευτικών με νέες λύσεις βασισμένες στην έρευνα αυξάνεται. Οι εκπαιδευτικοί μπορεί να μην είναι πάντα σε θέση να ενημερωθούν για τα τελευταία ευρήματα της έρευνας ή για προτάσεις ορισμένων μεθοδολογικών προσεγγίσεων. Δεν είναι πάντα εύκολο να βρεθούν ή να ερμηνευθούν σύγχρονες (αναφερόμενες στην τρέχουσα πραγματικότητα) διδακτικές, ψυχολογικές ή παιδαγωγικές έννοιες που μπορούν να διευκολύνουν σημαντικά την επίτευξη διδακτικής επιτυχίας.

Ακολουθούν παραδείγματα χρήσης ορισμένων ερευνών. Πρόσφατα, διάβασα δύο διδακτορικές διατριβές (των Pyzara, 2016 και Kowalski, 2019) για πολύ επίκαιρα ζητήματα: τα προβλήματα αλγοριθμοποίησης και τη χρήση σύγχρονων μέσων για την ανάπτυξη της δημιουργικότητας των μαθητών. Στο πλαίσιο των μαθημάτων μου τις έχω ήδη χρησιμοποιήσει. Χάρη σε αυτό το έργο, μπόρεσα να διεξάγω συζητήσεις με φοιτητές (συμπεριλαμβανομένων ενεργών εκπαιδευτικών) με βάση συγκεκριμένες θεμελιώσεις και συγκεκριμένες λύσεις. Πολλά πολύτιμα σχόλια περιέχονται στο έργο του καθηγητή Z. Semadeni (2002) σχετικά με, π.χ., *το εννοιολογικό πεδίο ή τις βαθιές ιδέες*. Κατά την ομόφωνη γνώμη των φοιτητών μου, αυτά τα ζητήματα ήταν προηγουμένως απαρατήρητα από αυτούς. Εκμεταλλεύτηκα αυτό το έργο προετοιμάζοντας διαλέξεις (στα όρια της τοπολογίας και της θεωρίας των δυναμικών συστημάτων) για υποψήφιους διδάκτορες.

Το έργο των Pietrucha και Maj-Tatsis (2014) έδειξε, μεταξύ άλλων, τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι φοιτητές (μελλοντικοί εκπαιδευτικοί) όταν μετακινούνται από το παρατηρούμενο αντικείμενο (σχέδια) σε λεκτική περιγραφή σχετικά με αυτό το αντικείμενο και αντίστροφα. Αυτό έστρεψε την προσοχή μου σε ορισμένες «δεξιότητες» που πρέπει να εξασκηθούν από

τους φοιτητές. Το έργο του Duda (2009) έχει υποδείξει ορισμένες δυνατότητες παρακίνησης των σύγχρονων τεχνικών μέσων σε έρευνες στην εκπαιδευτική διαδικασία με χαρισματικούς μαθητές στα Μαθηματικά. Αυτή η προσέγγιση δοκιμάστηκε (με ελαφρώς διαφορετικό τρόπο, χρησιμοποιώντας το GeoGebra, αντί για γραφική αριθμομηχανή) από μια φοιτήτρια που εργαζόταν με μια μαθήτρια (η οποία ήταν ταλαντούχα σύμφωνα με εκείνη) κατά τη διάρκεια ιδιαίτερων μαθημάτων και αποτέλεσε τη βάση για ενδιαφέρουσα και εμπνευσμένη συζήτηση κατά τη διάρκεια των πανεπιστημιακών μαθημάτων.

Όλα τα στοιχεία που αναφέρθηκαν μέχρι στιγμής αποτελούν τη βάση της προετοιμασίας για μια *διδασκτική μεταφορά*.

Τέλος, μερικές σκέψεις σχετικά με τη μελέτη περίπτωσης (case study). Κατά τη γνώμη μου, ένας σημαντικός ρόλος στην αναζήτηση νέων διδακτικών και μεθοδολογικών λύσεων μπορεί να παιχτεί από τις αναλύσεις των αντιληπτών διδακτικών καταστάσεων που σχετίζονται ακόμη και με μια μικρή ομάδα ανθρώπων. Μερικές φορές η παρατήρηση της εργασίας των μαθητών επιτρέπει να παρατηρήσουμε ενδιαφέροντα, νέα φαινόμενα. Παρατηρούμε αυτό το φαινόμενο και, βάσει αυτού, διατυπώνουμε συμπεράσματα που δεν είναι, φυσικά, κανόνες (νόμοι), αλλά υποθέσεις. Στη συνέχεια, επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία (ενδεχομένως σε μια εξίσου μικρή ομάδα ανθρώπων) και αναλύουμε τη συμφωνία των προηγούμενων συμπερασμάτων με τις τρέχουσες παρατηρήσεις. Στην περίπτωση συμφωνίας, μπορούμε να προχωρήσουμε σε μια επιστημονική προσέγγιση: χρησιμοποιώντας πολλές μεθόδους για να εξετάσουμε την υπόθεσή μας όσο το δυνατόν ακριβέστερα. Μπορούμε επίσης να παρουσιάσουμε την υπόθεσή μας σε άλλους εκπαιδευτικούς και να αναλύσουμε από κοινού την ισχύ ή την αξία της. Μπορούμε (και ίσως ακόμη και πρέπει) να το κάνουμε ειδικά όταν δεν μπορούμε να κατασκευάσουμε έναν αξιόπιστο ερευνητικό μηχανισμό για να επαληθεύσουμε την υπόθεσή μας. Μπορούμε να ανακαλύψουμε κάτι σημαντικό με αυτόν τον τρόπο;

Θα χρησιμοποιήσω ένα παράδειγμα στον τομέα της ιατρικής. Στα μέσα του δέκατου ένατου αιώνα, ο Ignaz Semmelweis (Ούγγρος γιατρός) παρατήρησε ότι το πλύσιμο των χεριών από τους γιατρούς πριν από την παραλαβή μιας γέννας μειώνει τον αριθμό των επιπλοκών με τη μορφή επιλόχειου πυρετού (και έτσι μειώνει τον αριθμό των θανάτων). Ως εκ τούτου, συνέστησε διάφορες μορφές «απολύμανσης των χεριών», αν και δεν μπορούσε να εξηγήσει αυτό το φαινόμενο. Σε άλλους γιατρούς δεν άρεσε αυτή η θεωρία,

την απαξίωσαν, νομίζοντας ότι δεν είχε επιστημονική βάση, και τα αποτελέσματα που επιτεύχθηκαν ήταν μάλλον «τυχαία». Μια ιδιαίτερα ισχυρή επίθεση έγινε το 1858 κατά τη διάρκεια ενός γυναικολογικού συνεδρίου στο Παρίσι. Ο Semmelweis ήταν σε κατάθλιψη και οδηγήθηκε σε ψυχιατρικό νοσοκομείο...

Για άλλη μια φορά, επιτρέψτε μου να υπενθυμίσω τη δήλωση της καθηγήτριας Z. Krygowska ότι τα αποτελέσματα στη διδακτική των Μαθηματικών δεν είναι ανιστορικά. Η μεταβαλλόμενη πραγματικότητα απαιτεί την αναζήτηση ολοένα και νέων διδακτικών και μεθοδολογικών προσεγγίσεων. Ίσως μεταξύ των εκπαιδευτικών μας υπάρχουν κάποιοι που έχουν παρατηρήσει σημαντικά φαινόμενα, αλλά δεν μπορούν πάντα να τα επαληθεύσουν επιστημονικά. Νομίζω ότι θα άξιζε η PTM να ανοιχτεί σε αυτές τις παρατηρήσεις.

Πριν από χρόνια, στο πλαίσιο δραστηριοτήτων που διοργανώθηκαν από την PTM, διεξήγαγα ένα επιστημονικό σεμινάριο (αρχικά μηνιαία, στη συνέχεια διμηνιαία, ...). Ίσως αξίζει (π.χ. σε συνεννόηση με το Ένωση Καθηγητών Μαθηματικών – SNM) να επαναδραστηριοποιηθεί αυτό το σεμινάριο, π.χ. υπό την καθοδήγηση της καθηγήτριας E. Swoboda ή άλλων πρόθυμων ατόμων, κατά τη διάρκεια του οποίου θα αναλύονταν τα ευρήματα των επιστημόνων (που περιέχονται στις επιστημονικές τους δημοσιεύσεις) ή οι προτάσεις των εκπαιδευτικών; Ίσως ανάμεσά τους να είναι ο δικός μας, μαθηματικός, Semmelweis;

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Creswell, J. W. (2013). *Projektowanie badań naukowych: Metody jakościowe, ilościowe i mieszane* [Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches]. Kraków: Wydawnictwo UJ.
- Duda, J. (2009). Rozwijani twórczej aktywności matematycznej uczniów uzdolnionych z wykorzystaniem kalkulatora graficznego [Developing creative mathematical activity of gifted students using a graphic calculator]. *Współczesne Problemy Nauczania Matematyki*, 2, 179–200.
- Gruszczyk-Kolczyńska, E. (Ed.). (2012). *O dzieciach matematycznie uzdolnionych* [On Mathematically Gifted Children]. Warszawa: Nowa Era.

- Kowalski, J. (2019). *Rola kalkulatora graficznego w rozwijaniu twórczych postaw uczniów w trakcie nauczania i uczenia się matematyki* [The Role of the Graphing Calculator in Developing Students' Creative Attitudes During the Teaching and Learning of Mathematics]. [Unpublished doctoral dissertation]. Pedagogical University of Krakow.
- Krygowska, Z. (1981). Kierunki badań dydaktyki matematyki [Trends in Research on Mathematics Education]. *Dydaktyka Matematyki*, 1, 7–60.
- Nowak, S. (1970). *Metodologia badań socjologicznych* [Methodology of Sociological Research]. Warszawa: PWN.
- Pawlak, R. J. (2011). Nowa koncepcja kształcenia studentów w ramach przygotowania do wykonywania zawodu nauczyciela [A New Concept of Student Education in the Framework of Teacher Training]. *Rocznik Pedagogiczny*, 34, 99–104. Polish Academy of Sciences (PAN).
- Pietrucha, A., & Maj-Tatsis, B. (2014). Traits of geometrical language used by future mathematics teachers. *Didactica Mathematicae*, 36, 105–124.
- Pietrzak, M., & Baran, J. (2007). *Podstawy zarządzania: Studia przypadków i inne ćwiczenia aktywizujące* [Management basics: Case studies and other activating exercises]. Warszawa: SGGW.
- Pyzara, A. (2017). *Algorytmizacja jako aktywność i umiejętność matematyczna* [Algorithmisation as mathematical activity and skills] [Unpublished doctoral dissertation]. Pedagogical University of Krakow.
- Semadeni, Z. (2009). Kształtowanie pojęć w matematyce dla wszystkich [Concept Formation in Mathematics for All]. *Współczesne Problemy Nauczania Matematyki*, 2, 5–23.
- Semadeni, Z. (2002). The triple nature of mathematics: Deep ideas, surface forms and formal models. *Didactica Mathematicae*, 24, 91–92.
- Steen, L. A. (Ed.). (1979). *Mathematics today: Twelve informal essays*. New York: Springer-Verlag.
- Sysło, M. (2019). *Na ratunek uczącym się matematyki* [Rescuing Mathematics Learners]. Retrieved August 25, 2019, from <http://mmsyslo.pl/2019/05/19/na-ratunek-uczacy-m-sie-matematyki/>
- Szostak, M. (1981). *Kliniczne studia przypadków* [Clinical Case Studies]. Warszawa: Wydawnictwa UW.

O Ryszard Pawlak είναι Καθηγητής Μαθηματικών στη Σχολή Μαθηματικών και Επιστήμης Υπολογιστών στο Πανεπιστήμιο του Łódź στην Πολωνία. Είναι Πρόεδρος του Τμήματος Διδακτικής Μεθοδολογίας των Μαθηματικών. Το ακαδημαϊκό του έργο επικεντρώνεται στην τοπολογία, την πραγματική ανάλυση, τα διακριτά δυναμικά συστήματα και τη μαθηματική εκπαίδευση. Είναι συγγραφέας και συν-συγγραφέας πολυάριθμων επιστημονικών δημοσιεύσεων σε περιοδικά με κριτές. Οι ακαδημαϊκές του δραστηριότητες περιλαμβάνουν την επίβλεψη διδακτορικών διατριβών, τη συμμετοχή σε εθνικά και διεθνή συνέδρια και τη συνεργασία με ερευνητές και ερευνήτριες σε όλη την Ευρώπη. <https://ludzie.nauka.gov.pl/lm/profiles/MohZH7S0PAq>

On teacher education and on key problems of teaching mathematics

Ryszard J. Pawlak

Πανεπιστήμιο του Łódź (Uniwersytet Łódzki)
ryszard.pawlak@wmii.uni.lodz.pl

Translated to Greek

Panagiota Kaskaouti¹ & Konstantinos Tatsis²

¹PhD candidate, Department of Pedagogy and Primary Education, National and Kapodistrian University of Athens, ²Professor, Department of Primary Education, University of Ioannina

Translation into Greek with written permission from the original English text which was published in the scientific journal *Didactica Mathematicae* (Print ISSN: 0208-8916, Online ISSN: 2353-0960; <https://wydawnictwa.ptm.org.pl/index.php/didactica-mathematicae>) published by the Polish Mathematical Society. The article is freely available here: <https://wydawnictwa.ptm.org.pl/index.php/didactica-mathematicae/article/view/7030/6453>

Pawlak, R. L. (2019). On teacher education and on key problems of teaching mathematics. *Didactica Mathematicae*, 41, 123–134.
<https://doi.org/10.14708/dm.v41i0.7029>

Ryszard Pawlak is a Professor of Mathematics at the Faculty of Mathematics and Computer Science at the University of Łódź in Poland. He is the Head of the Department of Mathematics Education Methodology. His academic work focuses on topology, real analysis, discrete dynamical systems, and mathematics education. He is the author and co-author of numerous scientific publications in peer-reviewed journals. His academic activities include supervising doctoral dissertations, participating in national and international conferences, and collaborating with researchers across Europe. <https://ludzie.nauka.gov.pl/lm/profiles/MohZH7S0PAq>